

1^{ÈRE}ES2 - DEVOIR SURVEILLÉ N°3

DURÉE : 1 HEURE 30

Les exercices sont indépendants. L'usage de sa calculatrice personnelle est autorisé.

QUESTION DE COURS (4 points)

On considère la suite (a_n) définie pour $n \geq 0$ par

$$a_n = -(2n - 1)^2 + 15.$$

1. Calculer les quatre premiers termes de la suite (a_n) .
2. Exprimer a_{n+1} en fonction de n .
3. En déduire l'expression de $a_{n+1} - a_n$ en fonction de n et le sens de variation de la suite.

EXERCICE 1 - ABONNEMENTS (9 points)

Un journal, vendu exclusivement sur abonnement, comptait 25000 abonnés au début de l'année 2010. Le service des abonnements estime que, d'une année sur l'autre, d'une part 80% des lecteurs renouvellent leur abonnement, et d'autre part, qu'il y aura 20000 nouveaux abonnés.

On note 0 le rang de l'année 2010. Les années suivantes seront notées 1, 2, ...

1. a) Justifier que le nombre d'abonnés en 2011 est de 40000.
b) **Recopier** et compléter le tableau ci-dessous.

Année n	0	1	2	3	4	5
Abonnés	25000	40000				

2. On note (u_n) le nombre estimé d'abonnés durant l'année n .
 - a) Cette suite est-elle arithmétique ? Justifier.
 - b) Cette suite est-elle géométrique ? Justifier.
 - c) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
3. Le directeur souhaite 100 000 abonnés pour rentabiliser les investissements récents. Il calcule alors, pour chaque année, la différence w_n entre son objectif et le nombre estimé d'abonnés. On a donc $w_n = 100000 - u_n$.
 - a) Calculer les six premiers termes de la suite (w_n) .
 - b) A l'aide de la question 2.c), montrer que $w_{n+1} = 0,8w_n$.
 - c) Montrer alors que (w_n) est géométrique de raison 0,8.
 - d) Donner l'expression du terme général w_n en fonction de n .
4. Utiliser la question précédente pour exprimer u_n en fonction de n . Combien d'abonnés peut-on estimer en 2020?

EXERCICE 2 - (7 points)

José et Josette décident d'économiser de l'argent en vue d'acheter un vélo électrique d'une valeur de 875 euros. José commence par mettre dans sa tirelire 2 euros et décide d'y mettre chaque jour un euro de plus que le jour précédent. Josette quant à elle, commence en déposant 2 euros mais décide d'augmenter la somme ajoutée chaque jour de 20% par rapport à celle déposée la veille au fond de la tirelire.

On note u_n la somme déposée par José le n -ième jour et w_n celle déposée par Josette au même moment.

1. Quelle sont les natures des suites (u_n) et (w_n) ? Préciser les raisons des deux suites.
2. Expliciter le terme général de chacune des deux suites
3. Combien y a-t-il dans la tire-lire de chacun après deux semaines ?
4. Qui arrivera le premier à rassembler le prix du vélo ? Au bout de combien de temps ?

BONUS - (4 points)

On considère la suite (u_n) définie par

$$u_n = \frac{n}{2^n}, \quad n \geq 1.$$

1. Calculer les trois premiers termes de la suite.
2. Montrer que, pour tout $n \geq 1$, on a

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n+1}{2n}.$$

3. Montrer que, pour tout $n \geq 1$, on a

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq 1.$$

4. Après avoir justifié que tous les termes de la suite (u_n) sont positifs, déduire de la question précédente le sens de variation de (u_n) .