

## 1<sup>ère</sup>ES2 - Devoir Surveillé n°4

Les exercices sont *indépendants*. La calculatrice est *autorisée*. Toute communication est strictement interdite.

*Durée: 1h30. Durée minimale: 1h.*

---

### Exercice 1. Calcul de dérivées

Pour chacune des fonction  $f$  suivantes, calculer l'expression algébrique de la fonction dérivée  $f'$  (sans se soucier de l'ensemble de définition).

1.  $f(x) = \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{x^2}$ .
2.  $f(x) = \left(-\frac{1}{4}x^4 + 3x^2 - 5\right)\sqrt{x}$ .
3.  $f(x) = \frac{2x^3 - 3x^2 + x - 1}{4-x}$ .

### Exercice 2. Abris de jardin

L'entreprise CduCosto est spécialisée dans la fabrication d'abris de jardin. Elle peut en fabriquer au maximum 30 par mois. On admet que tous les abris fabriqués sont vendus. Tous les montants sont exprimés en centaines d'euros. Le but de l'exercice est de déterminer quel est le nombre d'abris de jardin qu'il faut fabriquer (et vendre) pour que le bénéfice soit maximal.

L'entreprise a des coûts fixes de 4800 euros. De plus, il est admis qu'en plus de ces coûts fixes, le coût de fabrication de  $x$  abris est donné par la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = \frac{1}{3}x^2.$$

1. Justifier que le coût de production total  $C$  est bien défini sur  $[0; 30]$  par

$$C(x) = \frac{1}{3}x^2 + 48.$$

2. Si on décide de vendre chaque abri 300 euros, quelle formule permet d'exprimer le bénéfice  $B_1(x)$  réalisé par l'entreprise pour  $x$  abris de jardin fabriqués et vendus. **Justifier**.

3. Déterminer  $B_1'(x)$  et étudier son signe. En déduire le tableau de variations de  $B_1$ . Quel est le maximum de  $B_1$ ? Qu'en concluez-vous?

4. On décide alors de vendre chaque abri 1000 euros. Exprimer le bénéfice  $B_2(x)$  réalisé par l'entreprise pour  $x$  abris de jardin fabriqués et vendus. **Justifier**.

5. Déterminer  $B_2'(x)$  et étudier son signe. En déduire le tableau de variations de  $B_2$ . Quel est le maximum de  $B_2$ ? A quel nombre d'abris de jardin cela correspond-il?

6. A l'aide du mode "TABLE" de la calculatrice, **reproduire** et compléter le tableau de valeurs suivant:

$x$	0	5	10	15	20	25	30
$B_2(x)$							

7. Déterminer les équations des tangentes à la courbe de  $B_2$  aux points d'abscisses 0 et 15.

8. Dans un repère orthogonal (unités: 1cm pour 5 abris en abscisses, 1 cm pour 500 euros en ordonnées), représenter la courbe de la fonction  $B_2$  ainsi que les tangentes précédentes.

9. Déterminer graphiquement pour quelles quantités d'abris de jardin fabriqués l'entreprise est bénéficiaire.