
MATHÉMATIQUES : DEVOIR COMMUN N°1

DURÉE : 2 HEURES

Les exercices sont indépendants. La calculatrice est autorisée. Toutes les réponses doivent être justifiées et correctement rédigées.

EXERCICE 1 - ACCIDENTS FERROVIAIRES

Le tableau ci-dessous indique le nombre d'accidents ferroviaires dans le monde pour différentes années.

Année	2000	2001	2002
Nombre d'accidents	725	650	800

Dans tous l'exercice, on arrondira les nombres d'accidents à l'unité près et les pourcentages à 0,1% près.

1. Déterminer les taux d'évolutions du nombre d'accidents entre 2000 et 2001, puis entre 2000 et 2002.

2. Entre 2008 et 2009, le nombre des accidents a augmenté de 12% et entre 2009 et 2010, il a baissé de 15%. Quel est le taux d'évolution du nombre d'accidents entre 2008 et 2010?

3. Entre 2002 et 2008, le nombre des accidents ferroviaires a augmenté régulièrement de 5% par an. Quel est le nombre d'accidents durant l'année 2008?

4. Entre 2011 et 2013, le nombre des accidents a augmenté de 9%. Quel devrait être le taux d'évolution entre 2013 et 2014 pour revenir en 2014 au même nombre d'accidents qu'en 2011 ?

EXERCICE 2 - TABLEAU DE VARIATIONS

On considère une fonction f , dont le tableau de variations sur l'intervalle $[-2; 2]$ est représenté ci-dessous. On précise que $f(1, 5) = 0$.

x	-2	-1	1	2
f	-5	-2	-10	4

1. Donner le tableau de signes de f sur $[-2; 2]$.

2. Comparer, lorsque cela est possible,

a) $f(-1, 8)$ et $f(-1)$

b) $f(-2)$ et $f(-1, 5)$

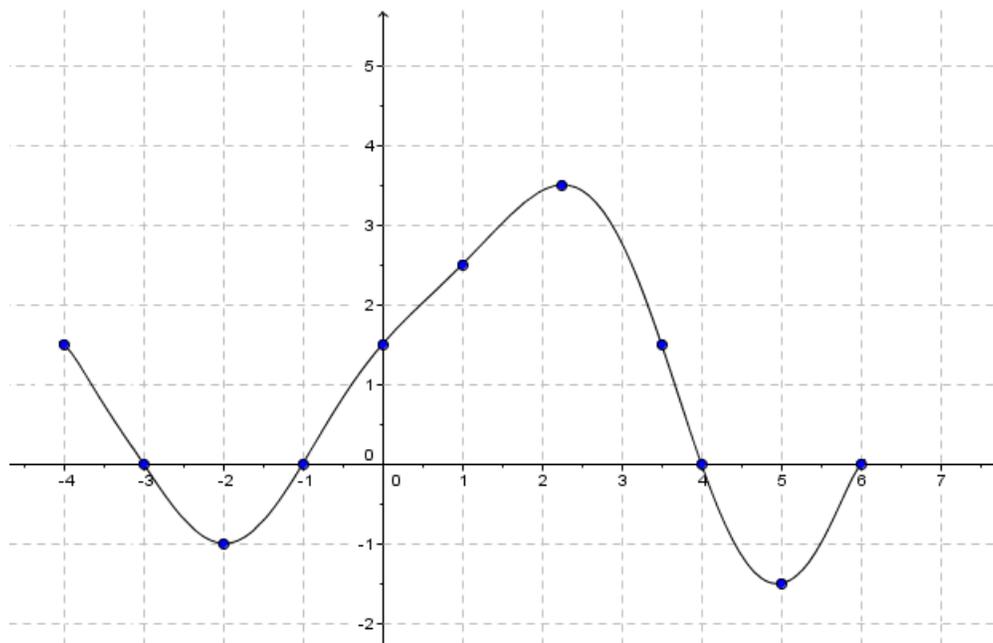
c) $f(0)$ et $f(0, 5)$

d) $f(0, 8)$ et $f(1, 8)$.

3. Tracer dans un repère la courbe d'une fonction admettant ce tableau de variations.

EXERCICE 3 - LECTURE GRAPHIQUE

On considère une fonction f dont voici la courbe représentative. (Il est précisé que la courbe de f passe par le point $(2, 25; 3, 5)$.)



Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes.

1. Déterminer $f(1)$, $f(0)$, $f(-3)$ et $f(-4)$.
2. Résoudre $f(x) = 0$, $f(x) = 1$, $f(x) = 5$, $f(x) = -2$ puis $f(x) = 3$, 5 .
3. Déterminer le maximum et le minimum (et préciser pour quelles valeurs ils sont atteints) de f sur
 - a) $[-4; 6]$
 - b) $[-3, 5; 0]$
4. Dresser le tableau de variations de f sur $[-4; 6]$.
5. Représenter le tableau de signes de f sur $[-4; 6]$.

EXERCICE 4 - EMPRUNT SANS INTÉRÊT

Pour rembourser un emprunt de 12 000 euros sans intérêt, un emprunteur doit verser la même somme, durant plusieurs années. s'il versait 600 euros de plus par an, le remboursement serait terminé un plus tôt.

On appelle n le nombre d'années nécessaires au remboursement et x la somme remboursée chaque année.

1. Expliquer pourquoi

$$xn = 12000 \quad \text{et} \quad (x + 600)(n - 1) = 12000.$$

2. On admet alors qu'on peut déduire des deux équations précédentes que n est solution de l'équation

$$n^2 - n - 20 = 0.$$

Quelle est la durée du remboursement ? Quel est le montant de chaque échéance ?

3. **Bonus.** Montrer, à partir de la question 1., que n est bien solution de $n^2 - n - 20 = 0$.

EXERCICE 5 - SPECTACLES & BÉNÉFICE

Une salle de spectacle peut contenir 500 places. Les gérants ont remarqué que le prix p des places (en euros) et le nombre n de spectateurs sont liés par la relation $n = 500 - 10p$.

Par ailleurs, pour un spectacle, les charges fixes (assurances, électricité, salaires...) sont indépendantes du nombre de spectateurs et s'élèvent à 5610 euros.

- Justifier que le bénéfice réalisé, en fonction du prix p des places, est donné par

$$f(p) = -10p^2 + 500p - 5610.$$

- Quel est le bénéfice maximum réalisable ? Quel sera le nombre correspondant de spectateurs dans la salle ? (*On pourra utiliser la calculatrice.*)

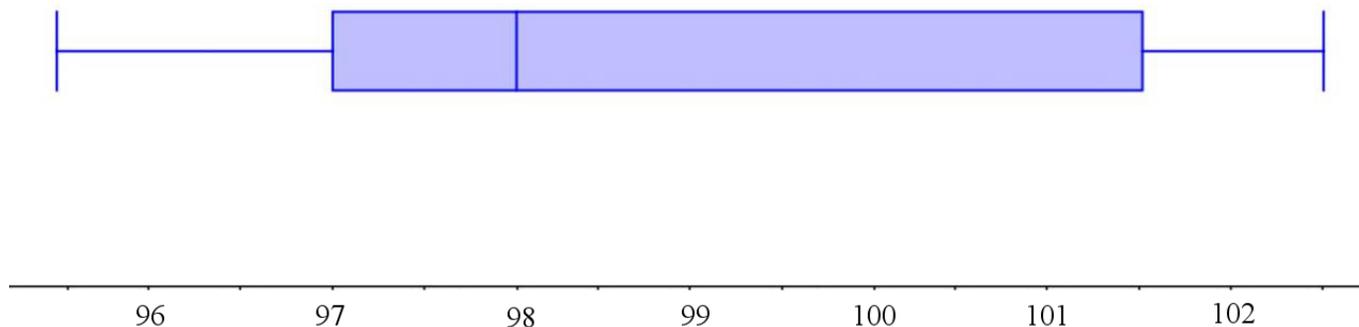
- Déterminer, par le calcul, l'intervalle dans lequel doit se situer le nombre de spectateurs pour que les gérants réalisent un bénéfice.

EXERCICE 6 - BEURRE DEMI-SEL

L'entreprise *Vachement Bon*, qui produit du beurre demi-sel, fabrique des plaques de 100 grammes. Au début de l'année 2013, elle décide de prélever un échantillon dans sa production afin d'en vérifier la masse. Les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous:

Masse (en grammes)	96	97	98	99	100	101	102	103
Effectif	5	6	9	13	32	16	5	4

- A partir du tableau précédent:
 - Calculer la masse moyenne \bar{x} (en grammes) des plaques cet échantillon.
 - Calculer l'écart-type σ (en grammes) des plaques de cet échantillon (on arrondira le résultat au dixième).
 - Déterminer le pourcentage de plaques de beurre dont la masse, en grammes, est comprise dans l'intervalle $[\bar{x} - 2\sigma; \bar{x} + 2\sigma]$.
- En précisant la méthode de calcul:
 - Déterminer la médiane et les quartiles de cet échantillon.
 - Dessiner la boîte à moustaches correspondante.
- Un échantillon de même taille a été prélevé fin 2013. Sa boîte à moustaches est représentée ci-dessous:



Les assertions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

- Fin 2013, environ trois-quarts des plaques de beurre avaient une masse supérieure à 98 grammes.
- L'écart interquartile a été réduit de plus de moitié entre fin 2013 et début 2014.
- Le consommateur qui a acheté des plaques de beurre demi-sel *Vachement Bon* fin 2013 peut se sentir lésé.