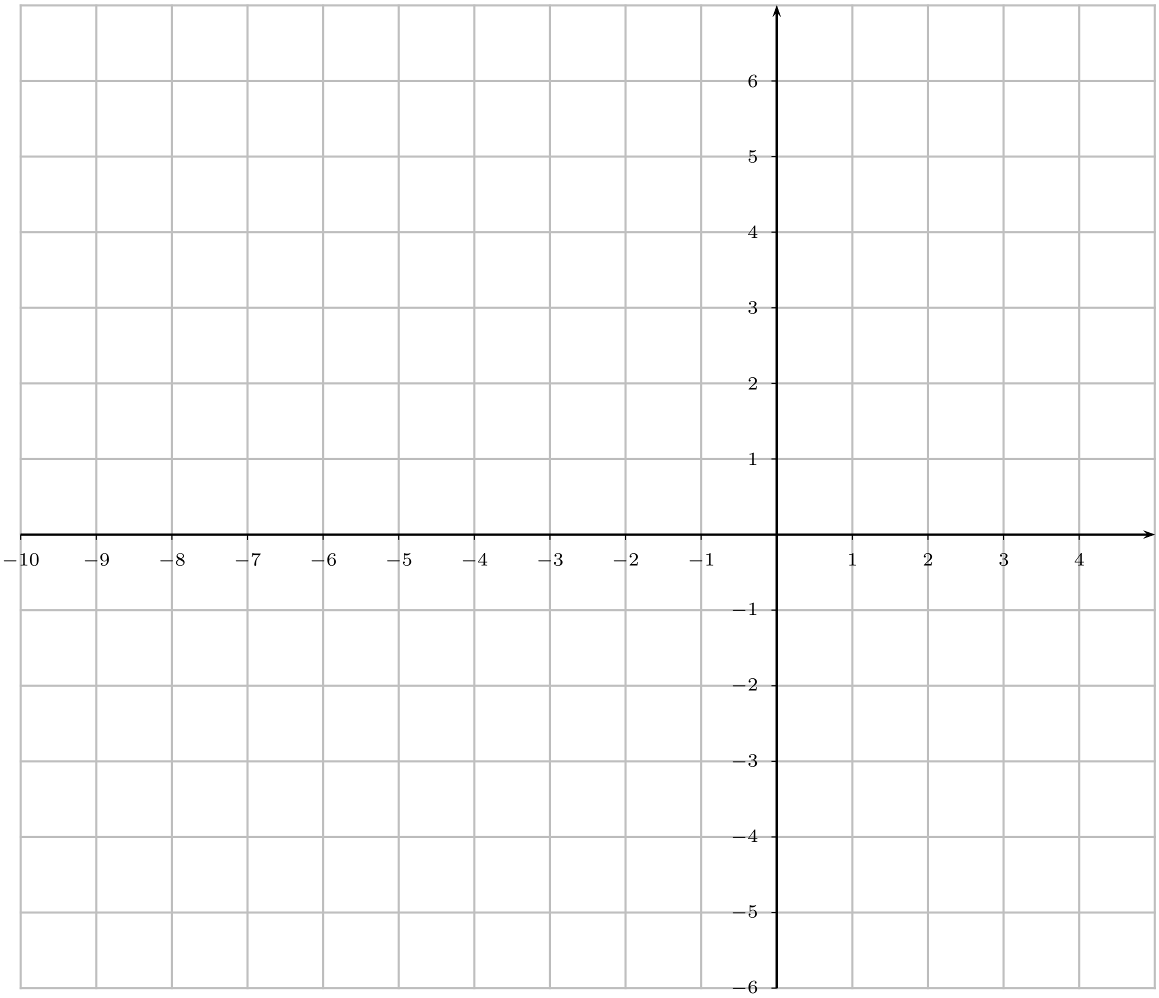
Devoir Commun n°2

(2 heures)

Exercice 1

1. Placer dans le repère $(O; \vec{i}\,; \vec{j}\,)$ les points $A(3;2)$, $B(-1;3)$ et $C(1;-2)$.



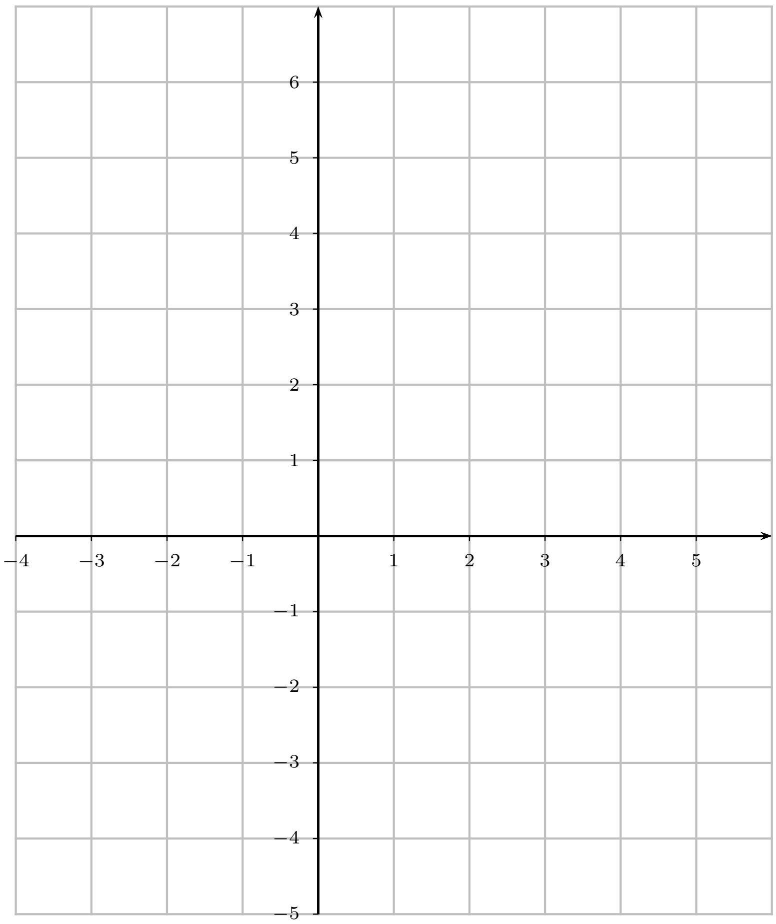
2. Sans calcul :
   (a) Placer les points D et E vérifiant $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{AC}$
   (b) Tracer un représentant $\vec{u}$ du vecteur $2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ puis lire ses coordonnées.
3. Par le calcul :
   (a) Déterminer par le calcul les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
   (b) Déterminer par le calcul les coordonnées du point D à l'aide de la formule $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB}$
   (c) Déterminer par le calcul les coordonnées du vecteur $2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$
4. On souhaite placer un point K vérifiant $\overrightarrow{AK} + 3\overrightarrow{BK} = \vec{0}$.
   (a) Montrer (en utilisant la relation de Chasles) que $\overrightarrow{AK} = \dfrac{3}{4}\overrightarrow{AB}$
   (b) Placer le point K
5. Le point M a pour coordonnées $(47;-9)$. Justifier que les points A B et M sont alignés.

Exercice 2 On considère la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{3x+5}{x+1}$

1. Donner le domaine de définition de la fonction f
2. Calculer l'image par f de $-1,1$ et de $-0,5$.
3. Déterminer les antécédents éventuels de 0 ; de 2 et de 3 par f.
4. Donner les solutions de $f(x) \geq 0$
5. Remplir le tableau de valeurs pour f sur l'intervalle $[-4;6]$.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$											

6. Tracer la courbe de f en utilisant un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, l'unité est le cm.



7. Résoudre graphiquement : $f(x) = 2$; $f(x) \leq 2$.
8. Faire le tableau de variations de la fonction f.

Exercice 3 Les organisateurs d'un marathon souhaitent gérer plus rigoureusement les stands de ravitaillement des coureurs. Pour cela ils procèdent à une étude de ce que consomment les concurrents aux différents stands.

Dans ces stands ils proposent des aliments sucrés, des aliments salés, puis des aliments contenant ni sucre, ni sel.

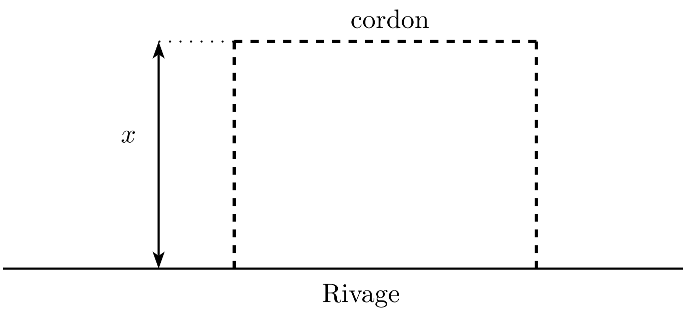
Ils en tirent le tableau incomplet donné ci dessous :

	coureurs **consommant** des aliments **salés**	coureurs **ne consommant pas** des aliments **salés**	totaux de chaque ligne
coureurs **consommant** des aliments **sucrés**	312		468
coureurs **ne consommant pas** des aliments **sucrés**			
totaux de chaque colonne		195	780

1. Compléter le tableau.
2. Combien y avait-t-il de participants ?
3. On choisit au hasard un concurrent, de manière aléatoire, et considérons les évènements suivants :
   C : "le concurrent a mangé des aliments sucrés"
   L : "le concurrent a mangé des aliments salés"
   (a) Donner $p(C)$ et en déduire $p(\overline{C})$ puis donner $p(L)$ et en déduire $p(\overline{L})$.
   (b) Décrire l'événement $L \cap C$ et déterminer sa probabilité.
   (c) Combien vaut $p(L \cup C)$?
   (d) Décrire l'événement $L \cap \overline{C}$ et calculer sa probabilité.

Exercice 4 Un maitre-nageur dispose d'un cordon flottant de ℓ mètres de long pour délimiter un rectangle de baignade surveillée.

On note $S(x)$ la surface en m^2 du rectangle délimité par le cordon. x étant la profondeur de la zone comme sur le dessin ci-dessous.



La courbe définissant $S(x)$ est fournie à la suite de l'exercice.

PARTIE A où l'on ne connait pas encore la valeur exacte de ℓ.

1. Exprimer la longueur du côté opposé au rivage en fonction de ℓ et de x.
2. Justifier que S est définie pour $x \in [0; \frac{\ell}{2}]$ et montrer que $S(x) = x(\ell - 2x)$
3. Graphiquement, déterminer les solutions de $S(x) = 0$.
4. Déduire la valeur de ℓ des deux questions précédentes.

PARTIE B où l'on suppose que le maitre nageur dispose de ℓ =360 m de cordon.

1. Montrer qu'alors $S(x) = x(360 - 2x)$ et que son domaine de définition est $[0; 180]$.
2. Graphiquement pour quel(s) x a -t-on une surface de 9000 m^2 ?
3. Graphiquement pour quel(s) x a -t-on une surface d'au moins 15000 m^2 ?
4. Montrer que pour tout $x \in [0; 180]$, $S(x) - 9000 = 2(150 - x)(x - 30)$.
5. Donne le tableau de signe de $S(x) - 9000$ et déduis-en pour quelles valeurs exactes de x on a une surface de baignade supérieure à 9000 m^2.