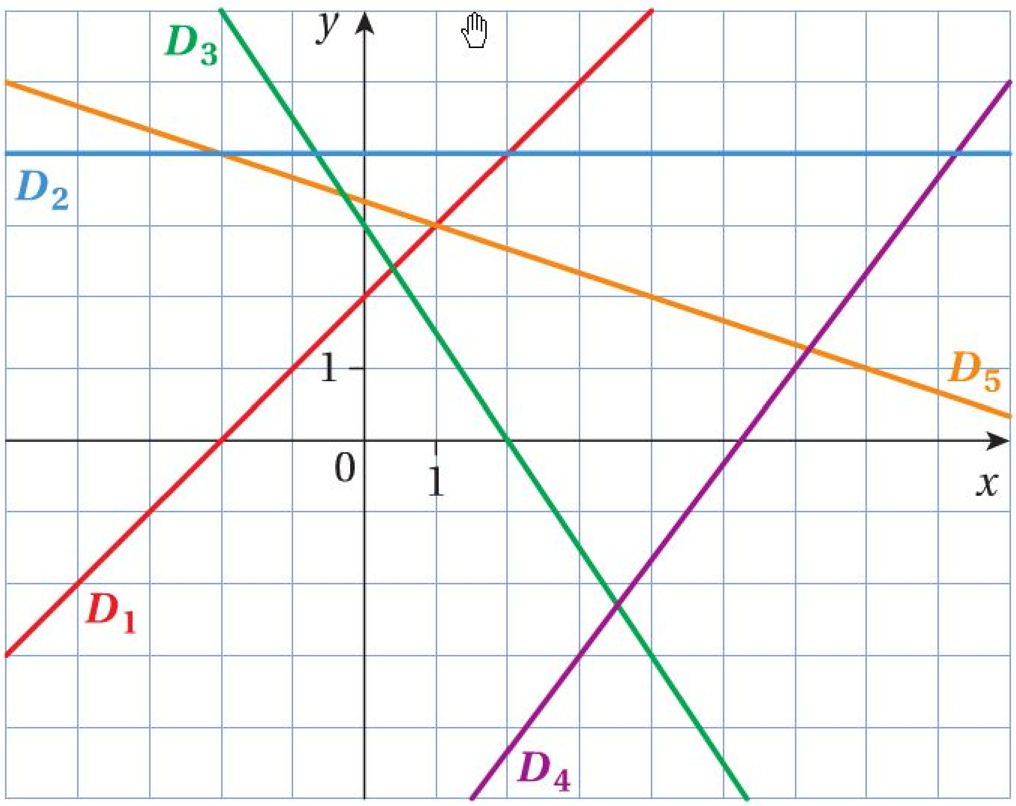
Année 2014-2015
Cité scolaire Paul Valéry
Mathématiques - F. Gaunard
http://frederic.gaunard.com

2nde3 - Fonctions affines, polynomiales du second degré et homographiques: Exercices

---

Exercice 1 - Lecture graphique

On représente les courbes de quatre fonctions affines f_1, f_2, f_3 et f_4 ci-dessous. La droite $\mathcal{D}_i$ correspond à la fonction f_i $(i = 1, 2, 3, 4)$.



1. Donner les expressions algébriques des quatre fonctions affines.
2. Les droites D_1 et D_4 sont-elles parallèles ? Si non, calculer les coordonnées de leur point d'intersection.

Exercice 2 - Fahrenheit 451

Dans certains pays du monde, on utilise le degré Fahrenheit (symbole °F) pour mesurer la température. On admet que la température en degrés Fahrenheit est une fonction affine de la température en degrés Celsius, que nous utilisons par exemple en France.
1. Sachant que 32°F correspondent à 0°C et que 212°F correspondent à 100°C, déterminer cette fonction.
2. En déduire à combien correspondent 38°C.
3. D'après le roman de science-fiction *Fahrenheit 451* de Ray Bradbury (1953), la température à laquelle le papier prend feu est de 451°F. A quelle température en degrés Celsius cela correspond-il?

4. Pour quelle température les deux échelles sont-elles équivalentes ? (*Indication: on pourra résoudre l'équation $f(x) = x$*)

Exercice 3 - Une fonction affine par morceaux

On se propose d'étudier une offre de forfait téléphonique. L'abonnement mensuel coûte 10 euros par mois. Les 30 premières minutes de communication sont gratuites. Ensuite, chaque minute de communication entamée est facturée 20 centimes d'euro. On appelle $f(x)$ le montant de la facture en fin de mois pour une consommation de x minutes de communication. On s'intéresse à la fonction f, définie sur $[0; +\infty[$.

1. Que valent $f(0)$, $f(5)$, $f(35)$ et $f(60)$?

2. Que vaut $f(x)$ pour x dans l'intervalle $[0; 30]$? On dit que f est *affine par morceaux.* Tracer la courbe représentative de f dans un repère orthogonal.

3. Déterminer $f(x)$ en fonction de l'intervalle sur lequel se trouve x.

4. Combien de temps, au maximum, peut-on téléphoner si on ne veut pas dépasser une facture de 20 euros ?

Exercice 4 - Inéquations

Résoudre, après avoir factorisé si nécessaire et à l'aide de tableaux de signes, les inéquations suivantes:

a) $(-2x + 6)(3x + 9) < 0$

b) $(7 - x)^2 - 36 \geq 0$

c) $x(2x - 1) + (2x - 1)(3x + 2) - 4(2x - 1) > 0$

Exercice 5 - Le parterre du jardinier

Un jardinier a le problème suivant: il doit planter des graines de fleurs pour créer deux parterres adjacents. Le premier parterre à créer doit être un carré, le second soit être un rectangle. Les restrictions sont les suivantes:

- La longueur du rectangle doit faire 1 mètre de plus que le côté du parterre carré.
- La largeur du rectangle doit être de 2 mètres.
- Avec les sacs de graines en sa possession, le jardinier ne peut pas couvrir une surface supérieure à $17m^2$.

Le jardinier se pose donc la question suivante" "vu mes restrictions, si je note x la longueur (en mètres) du côté du parterre carré, dans quel intervalle peut varier x ?"

1. Faire une figure.

2. Exprimer, en fonction de x, la surface du parterre carré.

3. Exprimer, en fonction de x, la surface du parterre rectangulaire.

4. En déduire, $S(x)$, la surface totale, en fonction de x.

5. Exprimer le problème du jardinier comme une inéquation vérifiée par $S(x)$.

6. Répondre, à l'aide d'un tableau de signes, à la question du jardinier.

7. L'employeur du jardinier lui rajoute une nouvelle contrainte: la surface du parterre carré doit être strictement supérieure à $4m^2$. Quel est alors l'intervalle possible pour x?

Exercice 6 - Une fonction du second degré

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 6x + 1$. On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal. La parabole $\mathcal{C}_f$ est tracée ci-dessous.

1. *a*) Le point $A\left(-\frac{3}{2}; 12\right)$ appartient-il à la courbe $\mathcal{C}_f$?

b) Dresser le tableau de variations de f.

2. Soit g la fonction affine telle que $g(-2) = 10$ et $g(6) = -6$.

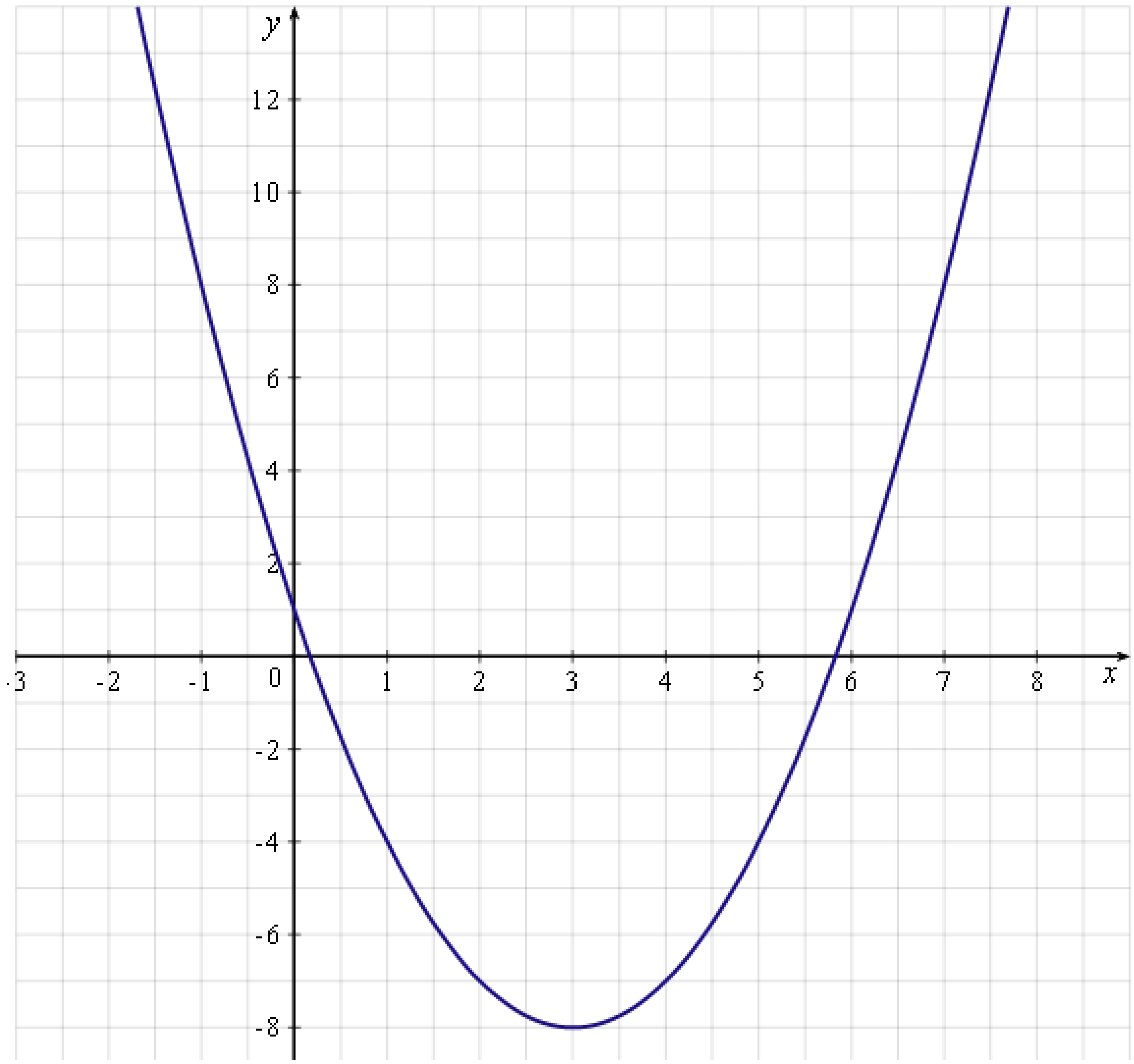
a) Déterminer l'expression de $g(x)$ en fonction de x.

b) Tracer la courbe $\mathcal{D}$ de la fonction g sur graphique ci-dessous (*on utilisera une couleur visible).*

3. *a*) Montrer que, pour tout réel x, $f(x) - g(x) = (x-2)^2 - 9$.

b) Calculer les coordonnées des points d'intersection des courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{D}$.

c) Etudier le signe de $f(x) - g(x)$. En déduire les positions relatives de $\mathcal{C}_f$ par rapport à $\mathcal{D}$. (*On pourra, une fois après avoir factorisé, utiliser un tableau de signes*).



Exercice 7 - Fonctions homographiques

Dans chacun des cas suivants:

1. Préciser les valeurs qui annulent le dénominateur.

2. Dresser le tableau de signes de $A(x)$.

3. Résoudre $A(x) \geq 0$.

$$a) \quad A(x) = \frac{5+2x}{3-7x} \qquad b) \quad A(x) = \frac{4-x}{x\,(x+2)}$$

Exercice 8 - Péage

Sur une autoroute, le prix du péage est de $0,07$ euros par kilomètre. La société qui exploite l'autoroute propose aux usagers un abonnement aux conditions suivantes:

- achat d'une carte annuelle d'un coût de 56 euros.

- puis 30% de réduction sur le prix du kilomètre aux titulaires de la carte.

Les fonctions f et g sont définies de la façon suivante:

- $f(x)$ est le coût du péage pour un automobiliste non abonné, parcourant x kilomètres dans l'année.
- $g(x)$ est le coût du péage pour un automobiliste abonné, parcourant x kilomètres dans l'année.

1. Donner les expressions de $f(x)$ et $g(x)$.

2. On appelle $e(x)$ l'économie réalisée grâce à l'abonnement pour un parcours de x kilomètres et $p(x)$ la valeur du pourcentage d'économie, c'est à dire que $p(x) = \frac{e(x)}{f(x)} \times 100$. Montrer que

$$p(x) = 30 - \frac{80000}{x}.$$

3. A partir de combien de kilomètres parcourus en une année le pourcentage d'économie $p(x)$ dépasse-t-il 25?

4. Ce pourcentage peut-il dépasser 30?

Exercice 9 - Equation

1. Résoudre algébriquement l'équation

$$\frac{6x+1}{3x-2} = \frac{2x+5}{x+3}.$$

2. Contrôler le résultat avec l'aide de la calculatrice, en affichant les courbes représentatives des fonctions:

$$f : x \mapsto \frac{6x+1}{3x-2} \text{ et } g : x \mapsto \frac{2x+5}{x+3}.$$

3. Mêmes questions avec l'équation

$$\frac{x}{x+1} = \frac{2x-5}{x-3}$$