

2^{NDE}3 - VECTEURS: EXERCICES

EXERCICE 1

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O . Les égalités vectorielles suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

$$\begin{array}{lll}
 a) \vec{OA} + \vec{OC} = \vec{0} & b) \vec{OB} - \vec{OC} = \vec{CB} & c) \vec{OB} + \vec{BA} = \vec{CO} \\
 d) \vec{OC} + \vec{BA} = \vec{OD} & e) \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OA} = \vec{0} &
 \end{array}$$

EXERCICE 2

OAB est un triangle.

1. Placer les points C et D tels que

$$\vec{OC} = 3\vec{OA} \quad \text{et} \quad \vec{CD} = 3\vec{AB}.$$

2. a) Démontrer que $\vec{OD} = 3(\vec{OA} + \vec{AB})$.

b) En déduire que les points O, B, D sont alignés.

EXERCICE 3

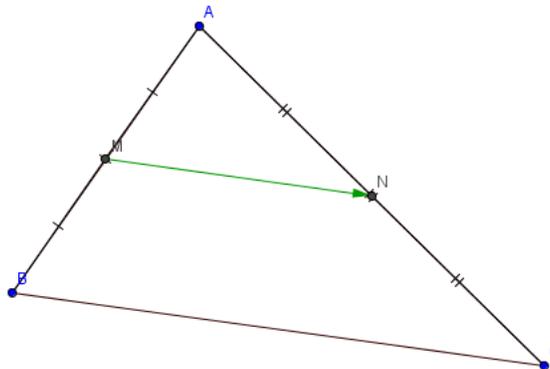
ABC est un triangle. I, J, K sont les milieux respectifs de $[BC]$, $[CA]$ et $[AB]$.

1. Montrer que $\vec{AK} + \vec{BI} + \vec{CJ} = \vec{0}$.

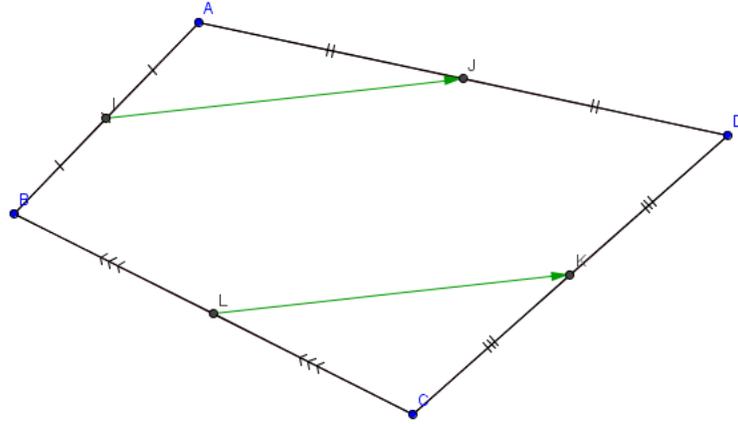
2. A-t-on $\vec{AI} + \vec{BJ} + \vec{CK} = \vec{0}$?

EXERCICE 4

1. *Préliminaires.* Dans le triangle ABC ci-dessous, quelle relation vectorielle peut-on écrire entre \vec{MN} et \vec{BC} ?



2. On va appliquer l'observation précédente à ce qui suit. Soit $ABCD$ un quadrilatère quelconque. I, J, K, L sont les milieux respectifs de $[AB]$, $[AD]$, $[DC]$ et $[CB]$.



- a) Montrer que $\vec{IJ} = \vec{LK}$.
 b) En déduire la nature du quadrilatère $IJKL$.

EXERCICE 5

1. Soient A, B, I, J quatre points du plan. Simplifier

$$\vec{AI} + \vec{IJ} + \vec{JB}.$$

2. *Application.* Soient $ACDB$ un quadrilatère **quelconque** et I le milieu de $[AC]$ et J le milieu de $[BD]$. Faire un dessin (en privilégiant le cas général, c'est à dire en évitant de faire un parallélogramme ou un trapèze). A l'aide des questions précédentes, montrer que

$$\vec{AB} + \vec{CD} = 2\vec{IJ}.$$

3. Quel résultat retrouve-t-on lorsque C et D sont confondus ?

EXERCICE 6

Soit ABC un triangle.

1. Faire une figure et placer le point D tel que

$$\vec{AD} = 3\vec{AB} - 2\vec{AC}.$$

2. On choisit le repère (A, \vec{AB}, \vec{AC})
 a) Quelles sont les coordonnées de B, C, D dans ce repère?
 b) Démontrer que les points B, C, D sont alignés.

EXERCICE 7

On considère un carré $ABCD$ et on note G le milieu de $[BC]$. Les points E, F (**extérieurs** au carré précédent) sont tels que $BEFG$ est encore un carré. (On fera une figure).

- Donner les coordonnées de tous les points précédents dans le repère (A, \vec{AB}, \vec{AD}) .
- Donner les équations des droites (AG) et (CE) dans ce même repère.
- Donner les coordonnées de H , point d'intersection des deux droites précédentes.
- Montrer que $H \in (DF)$.

EXERCICE 8

On se place dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) **orthonormé** (*unités graphiques : 1 cm - ou 1 grand carreau - sur chaque axe*).

1. Après avoir tracé le repère, placer les points $A(-4; -3)$, $B(-1; 3)$ et $C(3; 1)$.
2. Calculer $\|\vec{AB}\|$ et $\|\vec{AC}\|$.
3. Calculer (en faisant apparaître explicitement les équations) les coordonnées (x, y) du point D pour que $ABCD$ soit un parallélogramme, puis placer D sur la figure.
4. Calculer les coordonnées du centre I du parallélogramme $ABCD$.
5. Exprimer le vecteur \vec{BI} en fonction des vecteurs \vec{BA} et \vec{BC} .
6. Soit M le point défini par $6\vec{BM} = 4\vec{AC} + 7\vec{CB}$.
 - a) Montrer que $\vec{BM} = -\frac{2}{3}\vec{BA} - \frac{1}{2}\vec{BC}$.
 - b) Construire, en laissant les traits de construction apparents, le point M sur la figure.
 - c) Calculer les coordonnées du point M .
7. Les points D, I et M sont-ils alignés ? Justifier votre réponse.
8. On note $\vec{u} = -\frac{2}{3}\vec{BA} - \frac{1}{2}\vec{BC}$ et on considère la translation de vecteur \vec{u} , que l'on note $t_{\vec{u}}$.
 - a) Que vaut $t_{\vec{u}}(B)$?
 - b) Placer le point N , image de A par $t_{\vec{u}}$. Que peut-on dire du quadrilatère $ABMN$? Justifier.

EXERCICE 9

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O . On appelle I le milieu de $[AB]$ et J celui de $[BC]$. Les points M et N sont tels que

$$\vec{OM} = -\frac{1}{4}\vec{OI} \quad \text{et} \quad \vec{ON} = -\frac{1}{3}\vec{OJ}.$$

Après avoir choisi un repère adapté, à préciser, montrer que:

1. Les points C, M, N sont alignés;
2. Les droites (DM) et (BN) sont parallèles.