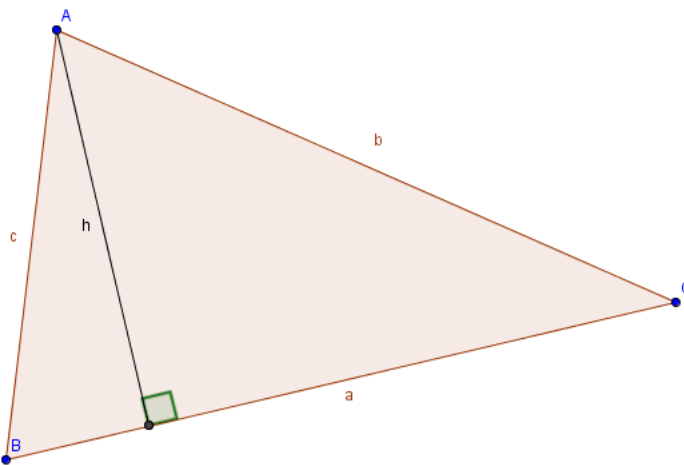

DEVOIR MAISON N°3

LA FORMULE DE HÉRON

*Ce Devoir Maison est à rendre **Lundi 5 Janvier 2015** sans faute. Une grande importance sera accordée à la présentation et à la rédaction.*

PARTIE 1 : AIRE D'UN TRIANGLE

On considère un **triangle quelconque** ABC dont les longueurs des côtés sont nommés a, b, c , comme dans la figure ci-dessous.



1. Comment s'appelle la droite remarquable, partiellement représentée, qui passe par A et qui coupe (BC) ? La longueur du segment représenté est notée h .

La formule classique de l'aire \mathcal{A} du triangle ABC est donnée par

$$\mathcal{A} = \frac{a \times h}{2}.$$

- 2.** On voudrait avoir un triangle avec pour longueurs $a = 25$ cm, $b = 20$ cm et $c = 15$ cm.
- De telles mesures sont-elles compatibles avec l'inégalité triangulaire ? Justifier.
 - Dessiner sur une feuille blanche (à glisser ensuite dans votre copie) le triangle. Représenter en couleur la droite de la question **1**.
 - Que mesurez-vous pour h ?
 - En utilisant la formule précédente pour \mathcal{A} , qu'obtenez-vous ?
 - En déduire le carré de l'aire \mathcal{A}^2 .

3. On veut maintenant avoir un triangle avec pour longueurs $a = 24$ cm, $b = 19$ cm et $c = 17$ cm.

- De telles mesures sont-elles compatibles avec l'inégalité triangulaire ? Justifier.
- Dessiner le triangle sur le verso de la feuille précédente. Représenter en couleur la droite de la question **1**.

- c) Que mesurez-vous pour h ? On arrondira le résultat à 0,1 près.
 d) En utilisant la formule précédente pour \mathcal{A} , qu'obtenez-vous ? On arrondira le résultat à 0,1 près.
 e) En déduire le carré de l'aire \mathcal{A}^2 . On arrondira le résultat à 0,01 près.

PARTIE 2 : LA FORMULE DE HÉRON

- Exprimer, en fonction de a, b et c la longueur du périmètre p du triangle ABC .
- Qu'obtenez-vous en remplaçant a, b et c par les valeurs utilisées pour votre dessin de la question 2. Partie 1 ?
- Qu'obtenez-vous en remplaçant a, b et c par les valeurs utilisées pour votre dessin de la question 3. Partie 1 ?
- On appelle s le demi-périmètre du triangle, c'est à dire la moitié du périmètre. Calculer s pour les deux triangles précédents.

La formule de Héron permet de calculer le carré de l'aire d'un triangle uniquement en connaissant les trois longueurs a, b, c des côtés du triangle (et par conséquent p et s). Elle s'énonce comme ceci:

$$\mathcal{A}^2 = s \times (s - a) \times (s - b) \times (s - c)$$

- Calculer \mathcal{A}^2 à l'aide de cette formule pour les deux triangles précédents. Retrouvez-vous les résultats de la Partie 1 ? Est-ce normal ?
- On cherche donc un nombre dont le carré vaut la valeur trouvée à la question précédente pour \mathcal{A}^2 avec les mesures du second triangle. Recopier et compléter les tableaux suivants. En déduire une valeur approchée de l'aire du second triangle à 0,1 près.

x	0	100	200	x	100	150	200	x	150	160	170	180	190	200
x^2				x^2				x^2						

x	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169
x^2										

x	160	160,1	160,2	160,3	160,4	160,5	160,6	160,7	160,8	160,9
x^2										

Cette méthode s'appelle le **balayage**. A chaque étape, on réduit l'intervalle de recherche jusqu'à obtenir la précision voulue.

- Utiliser cette méthode, à l'étape suivante, pour déterminer une valeur approchée à 0,01 près de l'aire du second triangle.

Remarque. Cette formule ne porte pas son nom d'après l'oiseau, mais d'après Héron d'Alexandrie, mathématicien grec du 1er siècle après J.C.

