
Devoir Maison n°8

À rendre le 12 Décembre

Exercice 1. On range k paires de chaussettes dans n tiroirs, au hasard. Avec quelle probabilité les paires de chaussettes se retrouvent-elles toutes dans des tiroirs différents?

Exercice 2. Dans un groupe d'étudiants, il y a n filles et n garçons. On veut faire des groupes de deux pour des exposés et ces groupes seront choisis au hasard.

- (1) Combien y a-t-il de listes ordonnées de paires d'étudiants?
- (2) Combien de ces listes sont formées uniquement de groupes mixtes?
- (3) En déduire la probabilité p_n que tous les groupes soient mixtes.
- (4) Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$,

$$\frac{2^{2n-1}}{n} \leq \binom{2n}{n} \leq 2^{2n}.$$

- (5) Quelle est alors la limite de p_n ?

Exercice 3. (Poker) Une main de poker est constituée de cinq cartes, choisies parmi 32. Il y a dans le jeu 4 couleurs (Trèfle ♣, Pique ♠, Coeur ♥ et Carreau ♦) et 8 valeurs par couleur (7,8,9,10, Valet, Dame, Roi et As). Déterminer, en fonction de leur probabilité d'apparition, l'ordre des combinaisons (de la plus "forte" à la plus "faible") parmi

- le *brélan*: 3 cartes de la même valeur et rien de mieux;
- le *carré*: 4 cartes de la même valeur;
- la *quinte flush*: 5 cartes qui se suivent et qui sont de la même couleur;
- la *couleur*: 5 cartes d'une même couleur autre que la quinte flush;
- la *suite*: 5 cartes qui se suivent mais pas de la même couleur.

Exercice 4.

- (1) De combien de façons peut-on obtenir 9 en additionnant trois nombres tous compris entre 1 et 6? Même question avec 10. (On listera les combinaisons possibles.)
- (2) On lance simultanément trois dés de couleurs différentes (cubiques, équilibrés), et on s'intéresse à la somme des trois faces qui apparaissent. Comparer la probabilité que la somme fasse 9 avec celle que la somme fasse 10.

Exercice 5. (Johnny4ever ♥)

Vous faites la queue pour obtenir une bise de votre star préférée. Cette star a près d'elle un lot de n T-shirts qu'elle va distribuer aux n premiers fans de la queue et - ô joie! - vous en êtes.

Le problème, c'est qu'il y a deux types de T-shirts, c d'entre eux sont super cools (une belle tête de loup, le visage du héros, un gros camion et des flammes) et les autres beaucoup moins (juste les dates de la tournée où vous êtes bien sûr déjà allé(e)). Entre deux bises, la star attrape un T-shirt, au hasard, puis l'offre. Si vous aviez le choix, en quelle position préféreriez-vous être servi?