
Devoir Maison n°9

À rendre le 16 Décembre

Exercice 1. (Évolution du cours d'un titre)

Soit a un réel fixé, élément de $]0; \frac{1}{2}[$.

Dans une bourse de valeurs, un titre donné peut monter, rester stable, ou baisser. Dans un modèle mathématique, on considère que:

- le premier jour, le titre est stable;
- si le jour n le titre monte, alors il montera également le jour $n + 1$ avec probabilité $1 - 2a$, restera stable avec probabilité a et baissera avec probabilité a ;
- si le jour n le titre est stable, alors il restera stable le jour $n + 1$ avec probabilité $1 - 2a$, montera avec probabilité a et baissera avec probabilité a ;
- si le jour n le titre baisse, alors il baissera encore le jour $n + 1$ avec probabilité $1 - 2a$, restera stable avec probabilité a et montera avec probabilité a .

On note M_n (resp. S_n, B_n) l'évènement "le titre donné monte le jour n " (resp. "est stable le jour n ", "baisse le jour n ") et m_n (resp. s_n, b_n) la probabilité correspondante.

- (1) Exprimer m_{n+1} en fonction de m_n, s_n et b_n . Même question avec s_{n+1} .
- (2) Que vaut $m_n + s_n + b_n$? En déduire l'expression de b_n en fonction de m_n et s_n .
- (3) Montrer que les suites (m_n) et (s_n) sont arithmético-géométriques.
- (4) En déduire l'expression du terme général de chacune des trois suites et déterminer leurs limites. Interpréter.

Exercice 2. (Combat de dés)

Deux joueurs A et B s'affrontent aux dés selon les règles suivantes:

- A lance en premier le dé (qui est cubique et équilibré) et annonce son résultat.
 - B lance à son tour le dé, consécutivement jusqu'à obtenir un résultat supérieur ou égal à celui de A , avec un maximum de N tentatives. Si il y arrive, il gagne, sinon il perd.
- (1) Quelle est la probabilité que B gagne en un coup?
 - (2) Quelle est la probabilité (en fonction de N) qu'il perde?
 - (3) Calculer la probabilité précédente pour $N = 3$.