ECE 1 - Année 2015-2016
Lycée français de Vienne
Mathématiques - F. Gaunard
http://frederic.gaunard.com

Informatique - T.P n°12

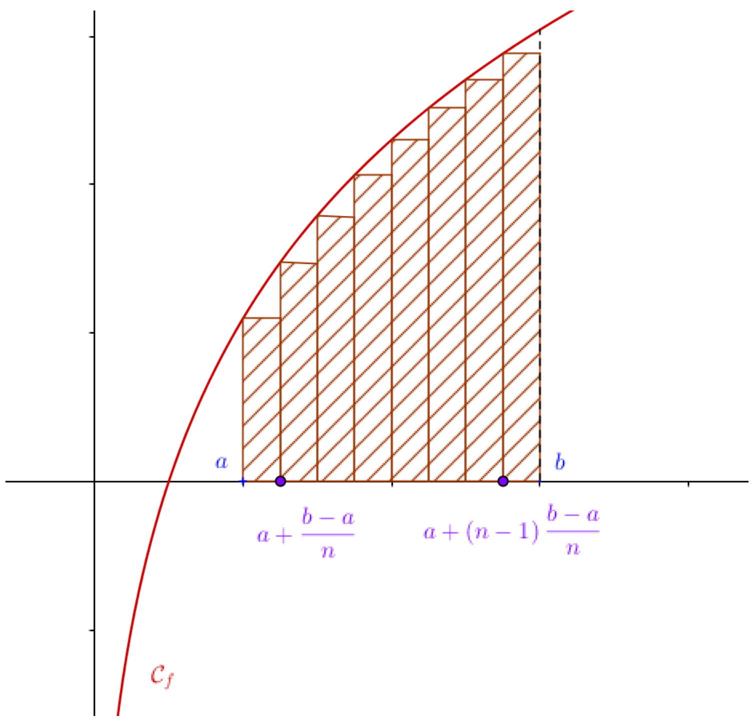
Méthode des rectangles

Le résultat suivant, permet une approximation de l'intégrale d'une fonction continue sur un intervalle $[a;b]$ (égale donc à l'aire sous la courbe) comme somme des aires des rectangles construits à partir d'une *subdivision* de $[a;b]$. On pourra trouver une preuve de ce résultat avec l'Exercice 20 du Chapitre 15 (inspiré d'un problème de **EDHEC 2008**).

Théorème 1. *Soit f une fonction continue sur un intervalle $[a;b]$. Alors,*

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = \lim_{n\to+\infty} \frac{b-a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(a+f\frac{b-a}{n}\right).$$

☞ $\dfrac{b-a}{n}$ représente le pas de la subdivision et donc la largeur de chaque rectangle. En faisant tendre n vers $+\infty$, ce pas tend vers 0.



On utilise alors cette méthode, dite *des rectangles*, pour le calcul approché d'intégrales sous `SciLab`.

On rappelle que, si `f`, est une fonction chargée dans l'environnement et `x` un vecteur, l'instruction `y=feval(x,f)` renvoie le vecteur `y` défini par `y(i)=f(x(i))`.

Exercice 1.

(1) Écrire alors un programme qui demande à l'utilisateur de rentrer deux réels positifs ou nuls $a < b$, un entier n et affiche une valeur approchée de l'intégrale
$$\int_a^b \ln(1+x)\mathrm{d}x$$
par la méthode des rectangles, avec n subdivisions.

(2) Faire tourner ce programme successivement avec $a = 0, b = 1$ et $n = 10$, $n = 100$, $n = 1000$.

(3) Calculer, à l'aide d'une intégration par parties, la valeur exacte de l'intégrale et comparer les résultats.

Exercice 2.

(1) Écrire une fonction `y=gauss(x,n)` qui donne une approximation, par la méthode des rectangles, avec n subdivisions de l'intégrale
$$\int_0^x \frac{2e^{-t^2}}{\sqrt{\pi}}\mathrm{d}t.$$

(2) Que peut-on conjecturer quant à la valeur de
$$\int_0^{+\infty} \frac{2e^{-t^2}}{\sqrt{\pi}}\mathrm{d}t?$$