
Informatique - T.P n°5

Codage des polynômes

Soit P un polynôme de $\mathbb{R}_n[X]$, c'est à dire un polynôme à coefficients réels de degré inférieur ou égal à n . On peut écrire

$$P(X) = a_n X^n + \dots + a_1 X + a_0.$$

Le polynôme P est **entièrement déterminé** par la suite $[a_0, a_1, \dots, a_n]$ de ses coefficients. Ainsi, on code le polynôme P par le vecteur-ligne \mathbf{P} formé de la suite de ses coefficients (listés par ordre croissant des puissances correspondantes):

$$\mathbf{P} = [a_0, a_1, \dots, a_n].$$

Cette façon de représenter les choses, plutôt intuitive, nécessite une certaine **vigilance**: $\mathbf{P}(k)$ renvoie le coefficient a_{k-1} .

Exercice 1. (Opérations de base)

- (1) Quelle fonction de SciLab permet d'obtenir le degré d'un polynôme P ?
- (2) Écrire une fonction `evalpoly()` prenant pour arguments un polynôme P et un réel x et qui renvoie la valeur du polynôme P évalué en x .

Exercice 2. (Polynôme dérivé)

Écrire une fonction `derivpoly()` prenant pour argument un polynôme P et renvoyant le polynôme dérivé P' .

Exercice 3. (Polynôme produit)

Soient $P(X) = a_0 + a_1 X + \dots + a_n X^n$ et $Q(X) = b_0 + b_1 X + \dots + b_m X^m$ deux polynômes.

- (1) Quel est le degré du polynôme produit $R = PQ$? Rappeler la formule de ses coefficients c_k .
- (2) Écrire une fonction `produitpoly()` prenant en argument deux polynômes P et Q et renvoyant le polynôme produit PQ . [indication: On pourra définir un vecteur-ligne \mathbf{R} de longueur $m + n + 1$, allonger les vecteurs-ligne \mathbf{P} et \mathbf{Q} - en complétant avec des zéros - et remplir $\mathbf{R}(k) = c_{k-1}$.]

Exercice 4. (Division euclidienne - cas particulier)

Écrire un programme qui demande à l'utilisateur de rentrer un polynôme P et un nombre a , effectue la division euclidienne de $P(X)$ par $X - a$:

$$P(X) = (X - a)Q(x) + r, \quad r \in \mathbb{R},$$

puis affiche le polynôme Q et le nombre r . Améliorer le programme pour qu'il précise si a est racine de P . [indication: On pourra chercher une relation de récurrence entre les coefficients de Q et ceux de P .]

Exercice 5. (Polynômes de Legendre)

- (1) Soit $n \geq 1$ un entier. Quel est le degré du polynôme $P_n(X) = (X^2 - 1)^n$? Préciser quels sont les coefficients de ses monômes. En déduire une façon d'implémenter le polynôme P_n sous **SciLab**.
- (2) On définit le n -ième polynôme L_n de Legendre comme dérivée n -ième du polynôme P_n , ce qu'on note $L_n = P_n^{(n)}$.
 - (a) Quel est le degré de L_n ?
 - (b) À l'aide de la Question (1) et de l'Exercice 2, écrire une fonction **Legendre()** prenant pour argument un entier n et renvoyant le polynôme de Legendre L_n .
 - (c) Préciser les 4 premiers polynômes de Legendre. Les représenter sur un même graphique sur l'intervalle $[-1; 1]$.