
Interro Express n°1 - Sujet A

Durée : 30 minutes

Exercice.

- (1) Pour chacune des séries suivantes, préciser la nature et calculer la somme en cas de série convergente:

$$(i) \sum_{n \geq 0} \frac{(-1)^{n+1}}{3 \times 4^n}, \quad (ii) \sum_{n \geq 1} \left(\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{n}}, \quad (iii) \sum_{n \geq 2} \left(\frac{1}{\sqrt{n-1}} - \frac{2}{\sqrt{n}} + \frac{1}{\sqrt{n+1}}\right)$$

- (2) On cherche à montrer la convergence (et à la calculer la somme) de la série $\sum_{n \geq 0} \frac{n^3}{n!}$.

- (a) Déterminer $\alpha \in \mathbb{R}$ tels que l'égalité polynomiale suivante soit vraie

$$X^3 = X(X-1)(X-2) + \alpha X(X-1) + X.$$

- (b) En déduire le résultat cherché.
-

Interro Express n°1 - Sujet B

Durée : 30 minutes

Exercice.

- (1) Pour chacune des séries suivantes, préciser la nature et calculer la somme en cas de série convergente:

$$(i) \sum_{n \geq 0} \frac{2n(-1)^{n+1}}{7^{n-1}}, \quad (ii) \sum_{n \geq 0} \frac{n^2 - 2}{n!}, \quad (iii) \sum_{n \geq 1} n \ln \left(\frac{1 + \sqrt{n}}{\sqrt{n}}\right).$$

- (2) On cherche à montrer la convergence de la série $\sum_{n \geq 1} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{n}$.

- (a) Montrer, à l'aide de l'expression conjuguée, que

$$\forall n \geq 1, \quad \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{n} \leq \frac{1}{n^{3/2}}$$

- (b) En déduire le résultat cherché.