
Interro Express n°3 - Sujet A

Durée : 35 minutes

Exercice 1. Dans \mathbb{R}^3 , on note $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, e_3\}$ la base canonique et on considère l'endomorphisme f de \mathbb{R}^3 défini par son action sur la base canonique

$$f(e_1) = 2(e_3 - e_2), \quad f(e_2) = 3e_1 + 5e_2 - 3e_3, \quad f(e_3) = 2(e_1 + e_2).$$

- (1) Déterminer la matrice A de f dans la base canonique.
- (2) Déterminer $\text{Ker}(f)$. L'endomorphisme est-il injectif? surjectif?
- (3) On introduit les sous-espaces

$$E_1 = \{u \in \mathbb{R}^3 : f(u) = u\}, \quad \text{et} \quad E_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 : f(u) = 2u\}.$$

- (a) Trouver une base $\{u\}$ de E_1 et une base $\{v, w\}$ de E_2 .
 - (b) Montrer que $\mathcal{C} = \{u, v, w\}$ forme une base de \mathbb{R}^3 .
 - (c) Déterminer la matrice B de f dans la base \mathcal{C} .
-

Interro Express n°3 - Sujet B

Durée : 35 minutes

Exercice 1. Dans \mathbb{R}^3 , on note $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, e_3\}$ la base canonique et on considère l'endomorphisme f de \mathbb{R}^3 défini par son action sur la base canonique

$$f(e_1) = 3e_1 + 2e_2 - e_3, \quad f(e_2) = 4e_2, \quad f(e_3) = -e_1 + 2e_2 + 3e_3.$$

- (1) Déterminer la matrice A de f dans la base canonique.
- (2) Déterminer $\text{Ker}(f)$. L'endomorphisme est-il injectif? surjectif?
- (3) On introduit les sous-espaces

$$E_2 = \{u \in \mathbb{R}^3 : f(u) = 2u\}, \quad \text{et} \quad E_4 = \{u \in \mathbb{R}^3 : f(u) = 4u\}.$$

- (a) Trouver une base $\{u\}$ de E_2 et une base $\{v, w\}$ de E_4 .
- (b) Montrer que $\mathcal{C} = \{u, v, w\}$ forme une base de \mathbb{R}^3 .
- (c) Déterminer la matrice B de f dans la base \mathcal{C} .