

---

## Devoir Maison n°1

À rendre le 20 Septembre

---

Toutes les réponses doivent être *justifiées*.

### Exercice 1.

- (1) A-t-on, pour tout  $x$  réel,  $|x| \leq |x + 1|$  ?
- (2) Montrer que, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,

$$\lfloor x \rfloor + \left\lfloor x + \frac{1}{2} \right\rfloor = \lfloor 2x \rfloor.$$

### Exercice 2.

- (1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $f$ , définie par

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x + \sqrt{x} - 2}.$$

- (2) Montrer que

$$\forall x \in \mathcal{D}_f, \quad f(x) = \frac{(\sqrt{x} + 1)(x - 2)}{\sqrt{x} + 2}.$$

- (3) En déduire que

$$\forall x \in [0; 2] \setminus \{1\}, \quad \left| \frac{x^2 - 3x + 2}{x + \sqrt{x} - 2} \right| \leq 2.$$

### Exercice 3.

 Soient  $x, y$  deux réels positifs.

- (1) Montrer que

$$\sqrt{x + y} \leq \sqrt{x} + \sqrt{y}.$$

- (2) En déduire que si, de plus,  $x \geq y$ , alors

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} \leq \sqrt{x - y}.$$

- (3) En déduire enfin que

$$|\sqrt{x} - \sqrt{y}| \leq \sqrt{|x - y|}.$$

**Exercice 4. (SciLab)** Un coureur souhaite évaluer chacun de ses entraînements. Il court toujours entre 45 et 60 minutes. Si, en fin d'entraînement son rythme par kilomètre est inférieur à 4'30"/km, c'est une très bonne session, si ce rythme se situe entre 4'31"/km et 5'/km, c'est une session acceptable. Si par contre, le rythme est supérieur à 5 minutes par kilomètre, il estime qu'il n'a pas été performant.

Écrire un programme, sous SciLab, qui demande à l'utilisateur de rentrer la distance parcourue (en kilomètres), la durée de la course (cette durée est saisie en rentrant d'abord les minutes, puis les secondes) et affiche la conclusion exprimée ci-dessus.

**Exercice 5.** Durant la pause, un élève écrit un message inapproprié au tableau. Le professeur, soucieux de savoir qui a commis ce méfait, laisse les élèves s'exprimer:

- Jean-Michel: "C'est Jean-Claude ou Jean-Marie le coupable!"
- Jean-Claude: "Ni Jean-Paul ni moi n'avons écrit sur le tableau."
- Jean-Marie: "Jean-Michel et Jean-Claude mentent!"
- Jean-Yves: "Jean-Michel dit la vérité ou Jean-Claude dit la vérité."
- Jean-Paul: "Non, ce que dit Jean-Yves est faux."

Le professeur sait que trois élèves disent toujours la vérité et que deux mentent tout le temps. Qui est le coupable?