

---

## Devoir Maison n°3

À rendre le 18 Octobre

---

**Exercice 1.** Déterminer l'expression du terme général puis préciser la limite éventuelle de la suite  $(u_n)$  définie par

$$\begin{cases} u_0 & = 1 \\ u_1 & = 0 \\ 9u_{n+2} & = 12u_{n+1} - 4u_n \end{cases} .$$

**Exercice 2.** Pour  $n \in \mathbb{N}^*$  et  $x \in \mathbb{R}$ , on pose

$$P_n(x) = \prod_{k=1}^n \left(1 + \frac{x}{k}\right) .$$

(1) Déterminer  $P_n(0)$ ,  $P_n(1)$  et  $P_n(-n)$ .

(2) Montrer que, si  $x \neq 0$ , alors

$$P_n(x) = \frac{x+n}{x} P_n(x-1) .$$

(3) En déduire les valeurs de  $P_n(2)$  et  $P_n(3)$ .

(4) Écrire, en langage **SciLab**, quatre fonctions  $y=P1(x)$ ,  $y=P2(x)$ ,  $y=P3(x)$ ,  $y=P4(x)$  prenant en argument un réel  $x \in \mathbb{R}$  et permettant de calculer  $P_k(x)$  (pour  $k = 1, 2, 3, 4$ ).

(5) Quelles instructions permettent de représenter, sur une même figure, les courbes de  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  et  $P_4$  sur l'intervalle  $[-5; 5]$ ?

**Exercice 3.** On considère la suite  $(u_n)$  définie, pour  $n \in \mathbb{N}$ , par

$$\begin{cases} u_0 & = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} & = \frac{u_n^2}{3u_n + 1} \end{cases}$$

(1) Montrer que, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n$  est bien défini et que  $u_n > 0$ .

(2) Étudier la monotonie de  $(u_n)$ .

(3) Que peut-on dire quant à la convergence de la suite?

(4) Écrire un programme **SciLab** permettant de calculer  $u_n$  pour une valeur arbitraire de  $n$  entrée par l'utilisateur.