ECE 1 - Année 2016-2017
Lycée français de Vienne
Mathématiques - F. Gaunard
http://frederic.gaunard.com

Informatique - T.P n°5

Codage des polynômes

Soit P un polynôme de $\mathbb{R}_n[X]$, c'est à dire un polynôme à coefficients réels de degré inférieur ou égal à n. On peut écrire

$$P(X) = a_nX^n + \cdots + a_1X + a_0.$$

Le polynôme P est **entièrement déterminé** par la suite $[a_0, a_1, ..., a_n]$ de ses coefficients. Ainsi, on code le polynôme P par le vecteur-ligne `P` formé de la suite de ses coefficients (listés par ordre croissant des puissances correspondantes):

$$\texttt{P} = [a_0, a_1, ..., a_n].$$

Cette façon de représenter les choses, plutôt intuitive, nécessite une certaine **vigilance**: `P(k)` renvoie le coefficient a_{k-1}.

Exercice 1. (Opérations de base)

(1) Quelle fonction de `SciLab` permet d'obtenir le degré d'un polynôme `P`?
(2) Écrire une fonction `evalpoly()` prenant pour arguments un polynôme `P` et un réel `x` et qui renvoie la valeur du polynôme `P` évalué en `x`.

Exercice 2. (Polynôme dérivé)

Écrire une fonction `derivepoly()` prenant pour argument un polynôme P et renvoyant le polynôme dérivé P'.

Exercice 3. (Division euclidienne - cas particulier)

Écrire un programme qui demande à l'utilisateur de rentrer un polynôme P et un nombre a, effectue la division euclidienne de $P(X)$ par $X - a$:

$$P(X) = (X - a)Q(x) + r, \qquad r \in \mathbb{R},$$

puis affiche le polynôme Q et le nombre r. Améliorer le programme pour qu'il précise si a est racine de P. ⟦<u>indication:</u> On pourra chercher une relation de récurrence entre les coefficients de Q et ceux de P.⟧

Exercice 4. (Polynômes de Legendre)

(1) Soit $n \geq 1$ un entier. Quel est le degré du polynôme $P_n(X) = (X^2 - 1)^n$? Préciser quels sont les coefficients de ses monômes. En déduire une façon d'implémenter le polynôme P_n sous `SciLab`.
(2) On définit le $n-$ième polynôme L_n de Legendre comme dérivée $n-$ième du polynôme P_n, ce qu'on note $L_n = P_n^{(n)}$.
   (a) Quel est le degré de L_n?
   (b) À l'aide de la Question (1) et de l'Exercice 2, écrire une fonction `Legendre()` prenant pour argument un entier n et renvoyant le polynôme de Legendre L_n.
   (c) Préciser les 4 premiers polynômes de Legendre. Les représenter sur un même graphique sur l'intervalle $[-1; 1]$.