
Les Mathématiques en Classe Préparatoire ECE

Cher(e) élève, bienvenue à Vienne en CPGE ECE, première année.

Les mathématiques occupent une part importante des enseignements en ECE; beaucoup d'heures leur sont consacrées et les coefficients qui leur sont affectés aux concours sont élevés. C'est une discipline où les attentes, des enseignants dans un premier temps, mais surtout des examinateurs aux concours sont élevées: exigences de raisonnement, de rigueur et de rédaction.

Certains étudiants, notamment les bacheliers ES ou L option mathématiques, sont alors surpris des difficultés rencontrées, et c'est pourquoi il est nécessaire d'adopter dès le départ de bonnes méthodes de travail pour commencer (et poursuivre!) l'année sereinement. Aucune difficulté n'est insurmontable si on l'appréhende correctement. Parmi celles le plus souvent rencontrées par les élèves, on peut noter:

- Le *rythme soutenu* et le volume horaire consacré à la discipline.
- L'aspect assez *magistral* des cours.
L'ancien lycéen pourra être surpris d'enchaîner définitions, théorèmes et démonstrations à la place de longues activités d'introduction. Au Lycée français de Vienne, vous aurez l'avantage d'être dans une classe avec un effectif réduit par rapport à d'autres CPGE et de bénéficier donc d'un *encadrement plus personnalisé*.
- La **nécessité absolue** *d'apprendre le cours*.
Certains bacheliers ont réussi à évoluer dans leur scolarité sans une réelle connaissance du cours. Il va falloir dorénavant connaître son cours sans la moindre hésitation.
- La *suppression de la calculatrice*.
Interdite aux concours, il va falloir (ré)apprendre à s'en passer. Il devient encore plus nécessaire de travailler son efficacité sur les calculs. Il est dommage qu'une simple division sabote les résultats d'un étudiant au niveau tout à fait honorable...

La mention des difficultés précédentes n'est pas dans le but de vous affoler. Au contraire, un examen attentif de ce qui vous attend peut vous permettre de vous préparer à entamer votre nouveau cursus dans les meilleures conditions.

Des méthodes pour réussir

Pour progresser et réussir en classe préparatoire, vous devrez commencer par améliorer vos méthodes de travail. Cela ne signifie pas simplement de travailler davantage de temps, mais cela inclut le fait de :

- Bien *organiser votre temps* et apprendre à être efficace.
Ne vous dispersez pas. Votre temps est précieux! Soyez attentif en cours pour assimiler un maximum de notions et d'explications. Une simple présence physique n'est absolument pas suffisante.
- **Travailler son cours de manière approfondie.**
 Le cours est votre *support*: il contient les définitions, les outils et les résultats à appliquer pour résoudre les problèmes mais aussi des exemples de problèmes traités avec la rédaction et la rigueur attendues. Il est important de systématiquement reprendre son cours le jour même (vérifier la bonne compréhension des définitions, savoir refaire un exemple...) et *repérer* immédiatement d'éventuels points obscurs pour une clarification au cours suivant. Ne laissez pas s'accumuler les incompréhensions ou vous risquerez de vous retrouver submergé.
- Devenir autonome.
 Il est capital de prévoir de longues plages de travail pendant lesquelles vous pourrez approfondir le cours, préparer les prochaines séances et vous entraîner en faisant des exercices, des problèmes qui ne sont pas forcément ceux traités en classe.
- Analyser ses erreurs.
 En repérant toutes les erreurs à un devoir, vous devez les comprendre et être capable de ne pas les refaire. Tout devoir doit être repris intégralement dans ce but. C'est comme cela que vous progresserez!
- Avoir une bonne hygiène de vie.
 Votre temps de sommeil est très précieux. C'est pendant le sommeil que vous mémorisez ce que vous avez appris et que vous vous préparez à intégrer de nouvelles choses. Une alimentation saine et équilibrée permet de rester en forme tout au long de la journée et de ne pas s'endormir en classe. La pratique régulière d'une activité physique est toute aussi capitale. Enfin, sachez également réserver un peu de temps à vos loisirs pour vous détendre.

Ce qu'il faut faire pendant les vacances d'été

À l'a fin de l'été, vous devez revoir vos cours de Terminale et de Première. Plus précisément, vous devez maîtriser :

- Les *calculs élémentaires* (fractions, puissances, développements, factorisations...)
- Le calcul de dérivée et de primitive. (Énormément d'étudiants sont bloqués dès les premières questions d'un problème à cause d'une erreur de dérivée, c'est très dommage!)
Les formules de dérivation et les limites classiques doivent être connues sur le bout des doigts sans la moindre hésitation!

Vous trouverez quelques exemples d'exercices à la fin de ce document. Il est très important de *se remettre progressivement dans le bain* au moins **deux semaines** avant la rentrée avec une moyenne de deux heures de travail effectif par jour.

Les cours et les exercices commenceront dès le premier jour. Un test aura lieu la première semaine.

Ce qu'il ne faut pas faire pendant les vacances d'été

Il ne faut pas essayer de prendre de l'avance sur le programme de première année (à l'aide de cours particuliers ou autre). Nous aborderons les nouvelles notions dans l'ordre en accordant une très grande importance à la rédaction et au raisonnement, ce que vous ne pourrez pas faire tout seul. Les bases doivent être solides et non bancales.

Il ne faut pas en revanche attendre la rentrée pour faire des maths, même si les autres matières que vous aurez vous demandent également du travail de préparation.

Les exigences seront **considérablement accrues dans toutes les disciplines par rapport au lycée** et aucune période de révision n'est prévue en première année.

Bibliographie

Il n'est pas indispensable d'acheter des ouvrages; vous pourrez emprunter des livres au CDI et on trouve beaucoup de choses de qualité sur Internet. Un polycopié de cours, ainsi que des exercices, les sujets des devoirs (DM, DS, et leurs solutions) sont mis en ligne (sur <http://frederic.gaubard.com>) au fur et à mesure de l'année.

L'enseignement de mathématiques comporte une partie d'*Informatique*. Une heure par semaine est consacrée à la programmation sous SciLab (logiciel gratuit de calcul scientifique), et on constate que la part d'informatique dans les sujets de concours est de plus en plus importante. Si les salles de travaux pratiques sont naturellement équipées d'ordinateurs avec SciLab, le fait d'avoir son ordinateur personnel pour travailler l'informatique à la maison peut s'avérer intéressant.

Je vous souhaite à toutes et à tous d'excellentes vacances et espère vous retrouver à la rentrée sereins, prêts et motivés!

Frédéric Gaubard (frederic@gaubard.com)

Exemples d'exercices

Tous les exercices suivants sont à faire **sans calculatrice**. Vous pouvez également reprendre les exercices que vous avez traités en classe en Terminale et en Première. La liste pourrait être sans fin; on a choisi de la limiter en espérant par conséquent que l'intégralité sera préparée avec succès.

Exercice 1. Résoudre les équations suivantes:

(i) $x^2 - 6x + 3 = 0$;

(ii) $11x - 3x^2 = 22$;

(iii) $25x^2 + 20x + 8 = 4$;

(iv) $x - 2 = \sqrt{x}$;

(v) $3x^4 + 5x^2 - 2 = 0$;

(vi) $x - 2 + \frac{1}{3-x} = 0$;

(vii) $\ln(x+3) + \ln(x+2) = \ln(x+11)$;

(viii) $\ln(x^2 + 5x + 6) = \ln(x + 11)$;

(ix) $\ln(-x-2) = \ln(-x-11) - \ln(x+3)$;

(x) $\sqrt{x^2 - 4} = 3 - x$;

(xi) $\frac{x\sqrt{x-2}}{x-3} = \frac{x-1}{\sqrt{x-2}}$.

Exercice 2. Simplifier les expressions suivantes; on ne demande pas le domaine de validité (*i.e.* on admet que toutes ces expressions ont un sens):

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}; & B &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{4}\right)^2} + \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} - 1; & C &= \frac{\frac{1}{7} \left(1 + \frac{1}{7}\right)}{\left(1 - \frac{1}{7}\right)^3} + \frac{\frac{1}{7}}{\left(1 - \frac{1}{7}\right)^2}; \\
 D &= \frac{\frac{a^2 + b^2}{b} + 2a}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}; & E &= \frac{2}{x(x-1)} \left(\frac{x^2(x-1)}{2} - \frac{x(x-1)(2x-1)}{6} \right); & F &= \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}}}; \\
 G &= \frac{a + \sqrt{a^2 - b^2}}{a - \sqrt{a^2 - b^2}} - \frac{a - \sqrt{a^2 - b^2}}{a + \sqrt{a^2 - b^2}}; & H &= 2^n + 2^n; & I &= (2^{2^n})^{2^n}; \\
 J &= 2^{2^n} \times 2^{2^n}; & K &= 2^{n+1} - 2^n; & L &= \frac{(2^3 \times 7^5)^{-2}}{(7^3 \times 2^{-3})^3}; \\
 M &= \left[\frac{(3 \times 7^2)^{-2} \times 2}{2^{-2} \times 3^3 \times 7^{-3}} \right]^{-3}; & N &= \left[\left(-\frac{2}{3} \right)^2 \right]^3 \times \left[\left(\frac{3}{7} \right)^{-2} \right]^3; & O &= \left(-\frac{5^2}{2^4} \right)^{-3} \times \left(-\frac{4}{9} \right)^6; \\
 P &= \frac{(ab^{-1})^3}{c^2b^{-2}} + \frac{(acb^{-1})^{-2}}{bc^{-2}} \times \frac{(a^3b)^2}{(cb)^3}; & Q &= \frac{(a^2b^{-2})^{-5}}{(c^{-2}b^3)^{-2}} \times \frac{ab - c^{-1}}{c - (ab)^{-1}}; & R &= \frac{(e^x)^y - e^y e^{-x}}{(e^y)^x - \frac{1}{e^{-y}e^x}}; \\
 S &= \frac{\ln(\sqrt{ab})}{\ln a + \ln b}; & T &= \ln\left(\frac{1-x}{x}\right) + 2 \ln\left(\frac{x}{1-x}\right); & U &= \frac{e^{2\alpha}}{(e^\alpha)^2 - \frac{1}{e^{-3\alpha}}}.
 \end{aligned}$$

Exercice 3. Donner l'expression des dérivées des fonctions suivantes, sans se soucier du domaine de dérivabilité.

$$f_1(x) = x + e^x; \quad f_2(x) = \sqrt{x} + 2x; \quad f_3(x) = \frac{x-1}{x^2 + 2x - 3}; \quad f_4(x) = x^2 e^x$$

$$f_5(x) = x \ln(x) - x; \quad f_6(x) = (2x + 3)^3; \quad f_7(x) = \ln(x^2 + 1); \quad f_8(x) = \sqrt{\frac{1}{x^2 + 1}}$$

$$f_9(x) = \frac{x - e^x}{x}; \quad f_{10}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}); \quad f_{11}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}.$$