
Interro Express n°2

Durée: 40 minutes

Toutes les réponses doivent être *justifiées*.

Exercice 1. Résoudre dans \mathbb{R} :

$$(i) \begin{cases} 2x + 3y + z = 2 \\ 4x + 4y + z = 3 \\ 6x + 7y + 2z = 5 \end{cases} \quad (ii) \begin{cases} x + y + z + t = 1 \\ 2x + y - z + t = 4 \\ x - y + 2z - t = -2 \\ 3x + y + z = 0 \end{cases}$$

Exercice 2.

(1) Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$\frac{1}{\sqrt{n+1}} \leq 2(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}).$$

(2) Montrer que les deux suites (a_n) et (b_n) définies ci-dessous sont adjacentes.

$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k}} - 2\sqrt{n}, \quad b_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k}} - 2\sqrt{n+1}.$$

Exercice 3. On interroge un groupe de gens sur leurs goûts musicaux: 71 d'entre eux apprécient David Bowie, 56 d'entre eux aiment Leonard Cohen, 6 d'entre eux admettent timidement (sous garantie d'anonymat) adorer Justin Bieber. Parmi ces gens, 83 aiment au moins un des trois chanteurs, 45 aiment Cohen et Bowie, 2 aiment Bieber et Cohen et 4 aiment Bieber et Bowie.

(1) Combien de personnes aiment les trois chanteurs?

(2) Combien de personnes aiment Bowie et Cohen mais n'aiment pas Bieber?