
Interro Express n°3

Durée: 40 minutes

Exercice 1. On considère les trois matrices de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ suivantes:

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad P = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (1) Montrer que $A^3 = A^2 + 2A$. La matrice A est-elle inversible?
- (2) Par la méthode du pivot de Gauss, montrer que P est inversible et préciser P^{-1} .
- (3) On note $D = P^{-1}AP$. Expliciter la matrice D^n , pour $n \in \mathbb{N}^*$.

Exercice 2. À l'aide de la formule du binôme, expliciter, pour $n \in \mathbb{N}^*$, M^n , où

$$M = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Interro Express n°3

Durée: 40 minutes

Exercice 1. On considère les trois matrices de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ suivantes:

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad P = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (1) Montrer que $A^3 = A^2 + 2A$. La matrice A est-elle inversible?
- (2) Par la méthode du pivot de Gauss, montrer que P est inversible et préciser P^{-1} .
- (3) On note $D = P^{-1}AP$. Expliciter la matrice D^n , pour $n \in \mathbb{N}^*$.

Exercice 2. À l'aide de la formule du binôme, expliciter, pour $n \in \mathbb{N}^*$, M^n , où

$$M = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$