
Quelques petits compléments sur le calcul de limites

Exercice 1. Déterminer les limites suivantes

$$\begin{array}{lll} (i) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + x^5) & (ii) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - \sqrt{x}) & (iii) \lim_{x \rightarrow 0} \left(x^2 - \frac{1}{x^2} \right) \\ (iv) \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{1+x}{1-\sqrt{x}} \right) & (v) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} (1 + \sqrt{x}) \right) & (vi) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x^3 + x^2 - 2x - 1}{3x^3 + x^2 + x - 5} \right) \\ (vii) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{7x+4} - 1}{4 - x^2} & (viii) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{3x^2} & (ix) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x \exp(x^2) - e^{3x} + x^2) \\ (x) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\exp(3x^2)}{x^6} & (xi) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{x+1}}{\ln(x)^4} & (xii) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}}{\ln(x^4)} \\ (xiii) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} - 2 \ln(x) + 1 & (xiv) \lim_{x \rightarrow 0} \left[x^2 \exp\left(-\frac{1}{x}\right) \right] & (xv) \lim_{x \rightarrow 1^+} 2\sqrt{x-1} \ln(x-1) \end{array}$$

Les deux limites suivantes sont des limites usuelles et les résultats font partie du cours et peuvent donc être utilisés comme tels. Il ne s'agit pas de croissance comparée, mais de résultats liés à la *dérivabilité* des fonction \ln et \exp .

Proposition 1.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1 \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{x-1} = 1.$$

Exercice 2. Déterminer les limites suivantes:

$$\begin{array}{lll} (i) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1+x)}{x} & (ii) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x}}{e^x - 1} & (iii) \lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) \\ (iv) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\exp(x^2) - 1} & (v) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\ln(1+x)} & (vi) \lim_{x \rightarrow 0^+} (1+x^2)^x \end{array}$$

Exercice 3. À l'aide de l'expression conjuguée, déterminer les limites suivantes

$$(i) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 2x} - x \right) \quad (ii) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{6x-3} - 3}{4 - x^2} \quad (iii) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$$