
Interro Express n°1

Durée: 40 minutes

Toutes les réponses doivent être justifiées.

Exercice 1. (Systèmes linéaires)

(1) Résoudre le système suivant

$$\begin{cases} x + y - 3z - t = 0 \\ 2x + y - 5z + 4t = 4 \\ x - 2y + 3t = -2 \\ -x + y + z - 2t = -1 \end{cases}$$

(2) Discuter, selon la valeur du paramètre $m \in \mathbb{R}$, et résoudre le système suivant

$$\begin{cases} x - y + z = m \\ x + my - z = 1 \\ x - y - z = 1 \end{cases} .$$

Exercice 2. On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{2} \ln \left(\sqrt{e^{3x} + x} - 1 \right)$.

- (1) Montrer que, pour tout $x \geq 0$, $e^{3x} \geq 1 - x$.
- (2) Préciser la limite de $f(x)$ en $-\infty$. Interpréter graphiquement.
- (3) Préciser la limite de $f(x)$ en $+\infty$ puis étudier la nature de la branche infinie correspondante.
- (4) Justifier que f est dérivable sur $]0; +\infty[$, expliciter $f'(x)$, puis préciser les variations de f .