ECE 1 - Année 2017-2018
Lycée français de Vienne
Mathématiques - F. Gaunard
`http://frederic.gaunard.com`

Programme de colles n°7

Période du 16/01 au 27/01

Les questions de cours sont des énoncés du cours ou des exercices ultra-classiques à savoir refaire, non pas "par coeur" mais avec une compréhension totale et sans hésitation. Il sera nécessairement posé (au moins) une question de cours à chaque élève.

Semaine du 16/01 au 20/01

Programme

- Révisions: reprise du sujet du concours blanc
- Matrices (totalité du chapitre. On insistera sur l'inversibilité).
- Continuité: calculs de limites

Questions de cours

- (`SciLab`) Écrire une suite d'instructions qui demande à l'utilisateur un entier n et renvoie la suite `P` des coefficients du polynôme $P(X) = (1+X)^n$.
- Soit $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Calculer $B^2 + B$ et déduire que B n'est pas inversible.
- Définition des limites en un point (finie et infinie) avec quantificateurs.
- Soit $f : [0;1] \to [0;1]$ continue. Montrer que f admet (au moins) un point fixe.

Semaine du 23/01 au 27/01

Programme

- Révisions: reprise du sujet du concours blanc
- Continuité : intégralité du chapitre (on proposera un exercice sur les suites implicites)

Questions de cours

- Montrer que la fonction $x \mapsto x \left\lfloor \dfrac{1}{x} \right\rfloor$ est prolongeable par continuité en 0.
- Soit $f : [0;1] \to [0;1]$ continue. Montrer que f admet (au moins) un point fixe.
- Montrer soigneusement que, pour tout entier $n \geq 1$, l'équation $\ln(x) + x = n$ admet une unique solution x_n, avec $x_n > 0$. Montrer que la suite (x_n) est croissante.
- Montrer que la fonction $f : x \mapsto \dfrac{2x^2}{1+x}$ réalise une bijection de $\mathbb{R}_+$ sur un ensemble à déterminer. Préciser les variations de f^{-1}.