Programme de colles n°8

Période du 29/01 au 09/02

Semaine du 29/01 au 02/02

Programme

- Continuité (suites implicites, théorème de bijection)
- Dérivabilité (dérivabilité en un point, utilisation de DL **à l'ordre 1** pour trouver des limites). *On pourra proposer, de manière très guidée et en donnant le DL, une limite nécessitant un DL à l'ordre 2.*

Questions de cours

- (`SciLab`) Écrire un programme de dichotomie permettant de donner une valeur approchée à 10^{-4} de la solution de l'équation $e^x + x = 3$.
- Montrer soigneusement que
$$\lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e.$$
- Soit $f : [0;1] \to [0;1]$ continue. Montrer que f admet (au moins) un point fixe.
- Énoncé de l'inégalité des accroissements finis. On pourra éclairer la situation à l'aide d'un dessin.
- Montrer que, pour tout $n \geq 1$, l'équation $x^{3n} + n^n x^n - 1 = 0$ admet une unique solution strictement positive a_n. Montrer que $a_n < 1/n$ et en déduire la limite de a_n lorsque $n \to +\infty$.

Semaine du 05/02 au 09/02

Programme

- Dérivabilité: intégralité du chapitre. *On pourra proposer, de manière très guidée et en donnant le DL, une limite nécessitant un DL à l'ordre 2.*
- On appliquera l'IAF à l'étude de suites récurrentes

Questions de cours

- Montrer soigneusement que $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e$.
- Montrer que la fonction $f : x \mapsto x\exp(x^2)$ réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle à préciser et donner un développement limité de f^{-1} en 0.
- Montrer que la fonction f définie ci-dessous est $\mathcal{C}^1$ sur $\mathbb{R}_+$
$$f(t) = \begin{cases} t^2\ln(t) - t, & \text{si } t \neq 0 \\ 0, & \text{si } t = 0 \end{cases}.$$