



QUIZ

Le quiz de fin de chapitre

Réduction des endomorphismes

- (1) Une matrice non nulle peut-elle être diagonalisable si sa seule valeur propre est 0?
- (2) Une matrice qui n'est pas déjà diagonale peut-elle être diagonalisable en admettant une seule valeur propre ?
- (3) Une matrice non nulle vérifie $A^3 = 0$. Cette matrice est-elle inversible? Son spectre est-il vide? Peut-on décrire le spectre? Est-elle diagonalisable?
- (4) Un endomorphisme f de \mathbb{R}^5 a pour matrice, dans une base $\mathcal{B} = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- (a) Quelles sont les valeurs propres de f ?
 - (b) f est-il un automorphisme?
 - (c) Donner la dimension de chaque sous-espace propre de f . Préciser, à l'aide des vecteurs de la base \mathcal{B} , une base de chacun de ces sous-espaces.
 - (d) Quelle est le rang de f ?
- (5) Vrai ou Faux ? (Justifier ou donner un contre-exemple) Si $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ sont deux matrices diagonalisables, alors $A + B$ est diagonalisable.
 - (6) Vrai ou Faux ? Si A est une matrice diagonalisable, alors A^2 aussi.

- (7) La matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

est-elle diagonalisable? Si oui, trouver une matrice inversible P et une matrice diagonale D telles que $A = PDP^{-1}$.

- (8) Pour quelles valeurs du paramètre $m \in \mathbb{R}$, les matrices ci-dessous sont-elles diagonalisables?

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & m \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 + m \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 + m \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 + m \end{pmatrix}$$

- (9) Vrai ou Faux? Un brocoli contient plus de vitamine C qu'une clémentine.