



# QUIZ

## Le quiz de fin de chapitre

### *Réduction des endomorphismes*

- (1) Une matrice non nulle peut-elle être diagonalisable si sa seule valeur propre est 0?
- (2) Une matrice qui n'est pas déjà diagonale peut-elle être diagonalisable en admettant une seule valeur propre ?
- (3) Une matrice non nulle vérifie  $A^3 = 0$ . Cette matrice est-elle inversible? Son spectre est-il vide? Peut-on décrire le spectre? Est-elle diagonalisable?
- (4) Un endomorphisme  $f$  de  $\mathbb{R}^5$  a pour matrice, dans une base  $\mathcal{B} = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$ .

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- (a) Quelles sont les valeurs propres de  $f$ ?
  - (b)  $f$  est-il un automorphisme?
  - (c) Donner la dimension de chaque sous-espace propre de  $f$ . Préciser, à l'aide des vecteurs de la base  $\mathcal{B}$ , une base de chacun de ces sous-espaces.
  - (d) Quelle est le rang de  $f$ ?
- (5) Vrai ou Faux ?(Justifier ou donner un contre-exemple) Si  $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  sont deux matrices diagonalisables, alors  $A + B$  est diagonalisable.
  - (6) Vrai ou Faux ? Si  $A$  est une matrice diagonalisable, alors  $A^2$  aussi.
  - (7) La matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

est-elle diagonalisable? Si oui, trouver une matrice inversible  $P$  et une matrice diagonale  $D$  telles que  $A = PDP^{-1}$ .

- (8) Pour quelles valeurs du paramètre  $m \in \mathbb{R}$ , les matrices ci-dessous sont-elles diagonalisables?

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & m \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 + m \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 + m \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 + m \end{pmatrix}$$

- (9) Vrai ou Faux? Un brocoli contient plus de vitamine C qu'une orange.