



Interrogation n°4



Mercredi 22 Novembre
Durée : 33 minutes

Exercice 1

(1) Montrer la convergence et calculer la somme des séries ci-dessous

$$(i) \sum_{n \geq 0} \frac{(n+1)^2 (-2)^{n+2}}{5^n}, \quad (ii) \sum_{n \geq 1} \left(\frac{1}{\sqrt{n+3}} - \frac{1}{\sqrt{n}} \right).$$

(2) À l'aide d'un argument de comparaison scrupuleusement rédigé, montrer la convergence de la série $\sum_{n \geq 0} w_n$, où

$$w_n = 2^{-n} \sum_{k=0}^n \frac{4^k}{k!}.$$

(On fera attention au fait qu'ici, le terme général de la série est lui-même défini à l'aide d'une somme.)

Exercice 2

Soient E un ensemble et $A, B, C \in \mathcal{P}(E)$ trois parties de E .

(1) Montrer que si $A \cup B = B \cap C$, alors $A \subset B \subset C$.

(2) On note ensuite

$$A \Delta B = \{x \in A \cup B : x \notin A \cap B\}.$$

(a) Faire un dessin pour représenter $A \Delta B$.

(b) Montrer que

$$A \Delta B = (A \cap \overline{B}) \cup (B \cap \overline{A}).$$

(c) Déterminer $A \Delta A$, $A \Delta \emptyset$, $A \Delta E$ et $A \Delta \overline{A}$.

Exercice 3

Dans une entreprise, il y a 800 employé.e.s dont 300 sont des hommes, 352 sont membres d'un syndicat, 424 sont marié.e.s, 188 sont des hommes syndiqués, 166 sont des hommes mariés, 208 sont syndiqué.e.s et marié.e.s, 144 sont des hommes mariés syndiqués. Combien y-a-t-il de femmes célibataires non syndiquées?

(On soignera la rigueur et la rédaction de cet exercice.)