



11

Semaine de colles n°11 : du 02/12 au 06/12

Programme

- ✗ **Chapitre 7.** Intégralité.
- ✗ **Chapitre 8.** Calcul de valeurs propres *via* calcul du polynôme caractéristique.

Questions de cours

Chaque étudiant.e devra traiter une de ces questions - choisie au hasard. Il est donc nécessaire de les avoir toutes préparées au préalable sous peine de passer un très mauvais moment.

1. Soit $\sum w_n$ une série absolument convergente. Montrer rigoureusement que $\sum w_n^2$ et $\sum \frac{w_n}{n}$ sont des séries convergentes.
2. Énoncé du critère de d'Alembert.
Application : Soit $a, b \in \mathbb{R}$. Déterminer, en fonction de a et b la nature de la série $\sum \frac{b^n (n!)^a}{(2n)!}$.
3. Énoncé du critère spécial des séries alternées.
Montrer que la série $\sum \frac{(-1)^n}{n^\alpha}$ converge si et seulement si $\alpha > 0$.
4. Soient $M \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$ une matrice carrée. Montrer que les valeurs propres de M sont les solutions de l'équation
$$\lambda^2 - \text{tr}(M)\lambda + \det(M) = 0.$$