



# 12

## Semaine de colles n°12 : du 09/12 au 13/12

### Programme

- ✗ **Chapitre 8.** Intégralité.
- ✗ **Chapitre 9.** Dénombrement.
- ✗ **Informatique.** On pourra demander d'écrire des requêtes SQL.

### Questions de cours

Chaque étudiant.e devra traiter une de ces questions - choisie au hasard. Il est donc nécessaire de les avoir toutes préparées au préalable sous peine de passer un très mauvais moment.

1. Énoncé des critères de diagonalisabilité (**Théorème 8** et **Théorème 9**).
2. Déterminer sans calcul si  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  et  $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}$  sont diagonalisables.
3. Soient  $E$  un espace vectoriel et  $f \in \mathcal{L}(E)$ . Montrer que si  $\lambda$  est une valeur propre de  $f$ , alors  $\lambda$  est racine de tout polynôme annulateur de  $f$ .
4. Soient  $M \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$  une matrice carrée. Montrer que les valeurs propres de  $M$  sont les solutions de l'équation
$$\lambda^2 - \text{tr}(M)\lambda + \det(M) = 0.$$
5. On tire simultanément cinq cartes d'un jeu de 32. Combien y a-t-il de mains contenant exactement deux rois et trois cartes de pique ?