



14

Semaine de colles n°14 : du 06/01 au 10/01

Programme

✗ **Chapitre 9.** Intégralité.

✗ **Chapitre 10.** Quasi-intégralité (le DSE par résolution avec une équation différentielle n'a pas été (encore) abordé).
En particulier : Déterminer le rayon de convergence d'une série entière.
Propriétés de régularité de la somme. On pourra demander des DSE, si c'est guidés.

Questions de cours

Chaque étudiant.e devra traiter une de ces questions - choisie au hasard. Il est donc nécessaire de les avoir toutes préparées au préalable sous peine de passer un très mauvais moment.

1. Énoncé de la formule des probabilités composées.

Application. Une boîte contient une boule rouge et $N - 1$ boules vertes. On pioche successivement et sans remise, une par une, les boules de cette boîte, jusqu'à l'obtention de la boule rouge. Calculer rigoureusement, pour tout $k \in \llbracket 1, N \rrbracket$, la probabilité d'obtenir la boule rouge à la k -ième pioche.

2. Énoncé et démonstration du lemme d'Abel. Définition du rayon de convergence. Dessin explicatif.
Explication des conséquences du lemme sur la détermination du rayon de convergence.

3. Déterminer, en détaillant les précautions prises, le rayon de convergence de la série entière $\sum \frac{\sqrt{n}}{2n+1} z^{2n}$.

4. Énoncé des théorèmes de dérivation et d'intégration terme à terme.

Application. Déterminer le rayon de convergence et la somme de la série entière $\sum \frac{x^{n+1}}{n+1}$.