



16

Semaine de colles n°16: du 20/01 au 24/01

Programme

- ✗ **Chapitre 11.** Intégralité.
- ✗ **Chapitre 12.** Loi d'une variable aléatoire. Loi de Bernoulli, Loi Binomiale, Loi Géométrique, Loi uniforme.

Questions de cours

Chaque étudiant.e devra traiter une de ces questions - choisie au hasard. Il est donc nécessaire de les avoir toutes préparées au préalable sous peine de passer un très mauvais moment.

1. Déterminer, en cherchant la solution sous forme d'une fonction développable en série entière, la solution du problème de Cauchy

$$\begin{cases} y'' + xy' + y = 1 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

2. Résoudre sur \mathbb{R}_+^* (et sur \mathbb{R}_-^*) l'équation différentielle

$$t^2 y'' + 4ty' + (2 - t^2)y = 1$$

en posant $z : t \mapsto t^2 y(t)$.

Étudier le recollement en 0.

3. Soient $p \in]0, 1[$ et $X \sim \mathcal{G}(p)$. Calculer, pour tout $k \in \mathbb{N}$, $P(X > k)$.
4. Une urne contient $2n$ boules ($n \in \mathbb{N}^*$) indiscernables au toucher et toutes de couleurs différentes. La moitié d'entre elles sont marquées du chiffre 0 et les autres sont numérotées de 1 à n . On extrait simultanément une *poignée* de n boules de cette urne. On note X_i la variable aléatoire qui vaut 1 si la boule i est dans la poignée et 0 sinon. Quelle est la loi de X_i ? Soit $(i, j) \in \llbracket 1, n \rrbracket^2$ avec $i \neq j$. Les événements $[X_i = 1]$ et $[X_j = 1]$ sont-ils indépendants ? Si Z est la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre de boules portant le chiffre 0, qu'est-il tentant d'écrire concernant la loi de Z ?
Pour les 5/2 : Calculer $E(X_i)$ puis $E(Z)$.