



# 20

## Semaine de colles n°20: du 10/03 au 14/03

### Programme

- ✗ **Chapitre 14.** Intégralité. On insistera sur la recherche d'*extrema* (sur un ouvert, ou sur un fermé borné) et on proposera une résolution d'EDP.
- ✗ **Chapitre 15.** Matrices orthogonales. Théorème spectral. Pas d'isométrie cette semaine, mais en semaine 21.
- ✗ Préparation de l'épreuve **Math B** du concours blanc. On pourra proposer un exercice de courbes paramétrées.

### Questions de cours

Chaque étudiant.e devra traiter une de ces questions - choisie au hasard. Il est donc nécessaire de les avoir toutes préparées au préalable sous peine de passer un très mauvais moment.

1. Déterminer les *extrema* éventuels de la fonction  $f : (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mapsto \exp(-x^2 - y^2)$ . Sont-ils locaux ? globaux ?
2. Résoudre, sur l'ouvert  $\mathcal{U} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0\}$ , l'équation aux dérivées partielles :  $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = \sqrt{x^2 + y^2}$  en passant en coordonnées polaires.
3. Diagonaliser  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  dans une base orthonormée.
4. Étudier puis tracer la courbe paramétrée  $\gamma$  par la fonction vectorielle  $M : t \mapsto \left( \frac{1-t^2}{1+t^2}, \frac{t^3}{1+t^2} \right)$ .  
*On précisera la nature d'éventuels points singuliers et/ou de branches infinies.*
5. Soient  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{Q}$  les deux plans d'équations respectives  $3x - 4y + 1 = 0$  et  $2x - 3y + 6z - 1 = 0$ . Déterminer tous les points équidistants des plans  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{Q}$ .