Mathématiques - F. Gaunard
http://frederic.gaunard.com
Lycée Voltaire, Paris 11e.

3 Semaine de colles n°3 : du 23/09 au 27/09

Programme

- ✗ **Chapitre 1**. Intégralité. Enfin presque. On évitera de poser des questions sur les fonctions trigo avant Mardi (jour du cours) voire Jeudi.
  Mais on insistera sur les propriétés des fonctions continues, dérivables (Rolle, IAF), formule de Leibniz. Formules de Taylor.
  On pourra aussi proposer l'étude d'une suite implicite et on proposera d'obtenir des relations de comparaison (négligeabilité, équivalents) pour des suites ou des fonctions au voisinage d'un point.

- ✗ **Informatique**. Les étudiant.e.s sont censé.e.s connaître les algorithmes du **Cours n°2** : méthode de recherche par dichotomie, méthode de Newton, methode de calcul d'intégrales par les rectangles ou les trapèzes et méthode d'Euler pour l'obtention de solutions approchées d'un problème de Cauchy.
  On pourra poser des questions demandant d'illustrer graphiquement les méthodes ou d'écrire des programmes en lien avec celles-ci.

- ✗ Reprise du **Devoir Surveillé n°1**. On pourra proposer de reprendre certains éléments du sujet, voire un exercice entier.

Questions de cours

Chaque étudiant.e devrai traiter une de ces questions - choisie au hasard. Il est donc nécessaire de les avoir toutes préparées au préalable sous peine de passer un très mauvais moment.

1. Suites récurrentes et fonctions contractantes : énoncé **et démonstration** du Théorème 11 du **Chapitre 0**.

2. Étudier la continuité, dérivabilité et caractère $\mathcal{C}^1$ en 0 de la fonction f définie par : $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x - \ln(1+x)}{x}, & \text{si } x > 0 \\ 0, & \text{si } x = 0. \end{cases}$.

3. Montrer que, pour tout entier $n \geq 1$, l'équation $x^{3n} + n^n x^n - 1 = 0$ admet une unique solution sur $]0, +\infty[$, notée a_n. Montrer que $a_n < 1/n$ et en déduire la limite de la suite (a_n).

4. Formule de Taylor avec reste intégral (énoncé **et démonstration**).

5. **Informatique.** Représenter graphiquement et expliquer le principe de construction de la suite (u_n) permettant d'obtenir une valeur approchée de la solution de l'équation $f(x) = 0$ par la méthode de Newton.
   On n'attend pas la démonstration de la convergence de (u_n) mais on peut le proposer en exercice (guidé) par la suite.