



6

Semaine de colles n°6 : du 14/10 au 18/10

Programme

- ✗ **Chapitre 2.** Intégralité.
- ✗ **Chapitre 3.** Fonctions à valeurs vectorielles. Points multiples, points réguliers. Étude locale aux points singuliers. Étude globale.
- ✗ **Informatique.** On pourra proposer un exo rapide qui utilise les dictionnaires.

Questions de cours

Chaque étudiant.e devra traiter une de ces questions - choisie au hasard. Il est donc nécessaire de les avoir toutes préparées au préalable sous peine de passer un très mauvais moment.

1. Soient E un espace vectoriel et $f \in \mathcal{L}(E)$. Montrer que

$$f \circ f = 0 \iff \text{Im}(f) \subset \text{Ker}(f).$$

Que dire du rang r d'un tel endomorphisme dans le cas où E est de dimension finie n ?

2. Soient E un \mathbb{K} -espace vectoriel et s une symétrie vectorielle de E . Montrer que $E = \text{Ker}(s - \text{id}_E) \oplus \text{Ker}(s + \text{id}_E)$.
3. Montrer que la courbe Γ paramétrée par $M : t \mapsto \left(2t - \frac{1}{t^2}, 2t + t^2\right)$ possède un unique point double dont on donnera les coordonnées.
4. Montrer que la courbe Γ paramétrée par $M : t \mapsto \left(t + \frac{1}{t}, t + \frac{1}{2t^2}\right)$ admet un unique point singulier dont on précisera la nature.