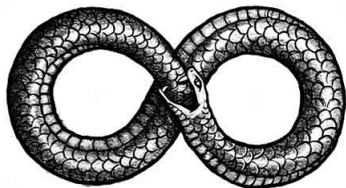


# Chapitre 1 : Nombres & Intervalles

*Classe de 2nde 3*

Lycée Paul Valéry - Année 2014/2015



# Introduction

Il existe différentes sortes de nombres.

Pour les classer, on les a regroupés en différents **ensembles remarquables** que nous allons présenter.

# Introduction

Il existe différentes sortes de nombres.

Pour les classer, on les a regroupés en différents **ensembles remarquables** que nous allons présenter.

# Plan du Chapitre

## 1 Ensembles de nombres

- Entiers naturels
- Entiers relatifs
- Nombres rationnels - Nombres décimaux
- Nombres réels
- Comparaison des ensembles de nombres

## 2 Les intervalles de $\mathbb{R}$

- Intervalles bornés
- Intervalles non bornés
- Intersection d'intervalles
- Réunion d'intervalles

# Entiers naturels

Les entiers naturels sont les entiers **positifs et zéro**.

Par exemple, 0, 1, 2, 3 et 1985 sont des entiers naturels. Par contre,  $-17$  n'en est pas un!

C'est un ensemble **infini**: tout entier naturel  $n$  possède un **successeur** qui est  $n + 1$ .

On note cet ensemble  $\mathbb{N}$  (pour naturel).

On écrit

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

On dit que ces entiers sont naturels car ce sont ceux que l'on utilise dans la vie de tous les jours.

# Entiers naturels

Les entiers naturels sont les entiers **positifs et zéro**.

Par exemple, 0, 1, 2, 3 et 1985 sont des entiers naturels. Par contre,  $-17$  n'en est pas un!

C'est un ensemble **infini**: tout entier naturel  $n$  possède un **successeur** qui est  $n + 1$ .

On note cet ensemble  $\mathbb{N}$  (pour naturel).

On écrit

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

On dit que ces entiers sont naturels car ce sont ceux que l'on utilise dans la vie de tous les jours.

# Entiers naturels

Les entiers naturels sont les entiers **positifs et zéro**.

Par exemple, 0, 1, 2, 3 et 1985 sont des entiers naturels. Par contre,  $-17$  n'en est pas un!

C'est un ensemble **infini**: tout entier naturel  $n$  possède un **successeur** qui est  $n + 1$ .

On note cet ensemble  $\mathbb{N}$  (pour naturel).

On écrit

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

On dit que ces entiers sont naturels car ce sont ceux que l'on utilise dans la vie de tous les jours.

# Entiers naturels

Les entiers naturels sont les entiers **positifs et zéro**.

Par exemple, 0, 1, 2, 3 et 1985 sont des entiers naturels. Par contre,  $-17$  n'en est pas un!

C'est un ensemble **infini**: tout entier naturel  $n$  possède un **successeur** qui est  $n + 1$ .

On note cet ensemble  $\mathbb{N}$  (pour naturel).

On écrit

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

On dit que ces entiers sont naturels car ce sont ceux que l'on utilise dans la vie de tous les jours.



# Entiers naturels

Les entiers naturels sont les entiers **positifs et zéro**.

Par exemple, 0, 1, 2, 3 et 1985 sont des entiers naturels. Par contre,  $-17$  n'en est pas un!

C'est un ensemble **infini**: tout entier naturel  $n$  possède un **successeur** qui est  $n + 1$ .

On note cet ensemble  $\mathbb{N}$  (pour naturel).

On écrit

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

On dit que ces entiers sont naturels car ce sont ceux que l'on utilise dans la vie de tous les jours.

# Entiers naturels

Les entiers naturels sont les entiers **positifs et zéro**.

Par exemple, 0, 1, 2, 3 et 1985 sont des entiers naturels. Par contre,  $-17$  n'en est pas un!

C'est un ensemble **infini**: tout entier naturel  $n$  possède un **successeur** qui est  $n + 1$ .

On note cet ensemble  $\mathbb{N}$  (pour naturel).

On écrit

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

On dit que ces entiers sont naturels car ce sont ceux que l'on utilise dans la vie de tous les jours.

# Plan du Chapitre

## 1 Ensembles de nombres

- Entiers naturels
- **Entiers relatifs**
- Nombres rationnels - Nombres décimaux
- Nombres réels
- Comparaison des ensembles de nombres

## 2 Les intervalles de $\mathbb{R}$

- Intervalles bornés
- Intervalles non bornés
- Intersection d'intervalles
- Réunion d'intervalles

# Entiers relatifs

Considérons une équation du genre

$$x + 14 = 5$$

La solution de cette équation,  $-9$ , **n'est pas** un entier naturel.

On introduit alors un **ensemble plus grand** dans lequel cette équation aura des solutions.

Ce nouvel ensemble s'appelle ensemble des **entiers relatifs**.

On le note  $\mathbb{Z}$  (pour *Zahl*, signifiant nombre en allemand).

Tous les entiers, qu'ils soient **positifs, négatifs ou nuls**, sont des entiers relatifs.

On écrit

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

# Entiers relatifs

Considérons une équation du genre

$$x + 14 = 5$$

La solution de cette équation,  $-9$ , **n'est pas** un entier naturel.

On introduit alors un **ensemble plus grand** dans lequel cette équation aura des solutions.

Ce nouvel ensemble s'appelle ensemble des **entiers relatifs**.

On le note  $\mathbb{Z}$  (pour *Zahl*, signifiant nombre en allemand).

Tous les entiers, qu'ils soient **positifs, négatifs ou nuls**, sont des entiers relatifs.

On écrit

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

# Entiers relatifs

Considérons une équation du genre

$$x + 14 = 5$$

La solution de cette équation,  $-9$ , **n'est pas** un entier naturel.  
On introduit alors un **ensemble plus grand** dans lequel cette équation aura des solutions.

Ce nouvel ensemble s'appelle ensemble des **entiers relatifs**.  
On le note  $\mathbb{Z}$  (pour *Zahl*, signifiant nombre en allemand).

Tous les entiers, qu'ils soient **positifs, négatifs ou nuls**, sont des entiers relatifs.

On écrit

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

# Entiers relatifs

Considérons une équation du genre

$$x + 14 = 5$$

La solution de cette équation,  $-9$ , **n'est pas** un entier naturel.

On introduit alors un **ensemble plus grand** dans lequel cette équation aura des solutions.

Ce nouvel ensemble s'appelle ensemble des **entiers relatifs**.

On le note  $\mathbb{Z}$  (pour *Zahl*, signifiant nombre en allemand).

Tous les entiers, qu'ils soient **positifs, négatifs ou nuls**, sont des entiers relatifs.

On écrit

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

# Entiers relatifs

Considérons une équation du genre

$$x + 14 = 5$$

La solution de cette équation,  $-9$ , **n'est pas** un entier naturel.

On introduit alors un **ensemble plus grand** dans lequel cette équation aura des solutions.

Ce nouvel ensemble s'appelle ensemble des **entiers relatifs**.

On le note  $\mathbb{Z}$  (pour *Zahl*, signifiant nombre en allemand).

Tous les entiers, qu'ils soient **positifs, négatifs ou nuls**, sont des entiers relatifs.

On écrit

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$



# Entiers relatifs

Considérons une équation du genre

$$x + 14 = 5$$

La solution de cette équation,  $-9$ , **n'est pas** un entier naturel.  
On introduit alors un **ensemble plus grand** dans lequel cette équation aura des solutions.

Ce nouvel ensemble s'appelle ensemble des **entiers relatifs**.  
On le note  $\mathbb{Z}$  (pour *Zahl*, signifiant nombre en allemand).

Tous les entiers, qu'ils soient **positifs, négatifs ou nuls**, sont des entiers relatifs.

On écrit

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

# Entiers relatifs

Considérons une équation du genre

$$x + 14 = 5$$

La solution de cette équation,  $-9$ , **n'est pas** un entier naturel.  
On introduit alors un **ensemble plus grand** dans lequel cette équation aura des solutions.

Ce nouvel ensemble s'appelle ensemble des **entiers relatifs**.  
On le note  $\mathbb{Z}$  (pour *Zahl*, signifiant nombre en allemand).

Tous les entiers, qu'ils soient **positifs, négatifs ou nuls**, sont des entiers relatifs.

On écrit

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

## Remarque

On s'intéresse parfois aux deux ensembles précédents auquel **on a enlevé zéro**.

Pour simplifier la notation, on écrit ces ensembles avec une étoile en exposant:

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots\} = \mathbb{N} \setminus \{0\}$$

$$\mathbb{Z}^* = \{\dots, -2, -1, 1, 2, \dots\} = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

## Remarque

On s'intéresse parfois aux deux ensembles précédents auquel **on a enlevé zéro**.

Pour simplifier la notation, on écrit ces ensembles avec une étoile en exposant:

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots\} = \mathbb{N} \setminus \{0\}$$

$$\mathbb{Z}^* = \{\dots, -2, -1, 1, 2, \dots\} = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

## Remarque

On s'intéresse parfois aux deux ensembles précédents auquel **on a enlevé zéro**.

Pour simplifier la notation, on écrit ces ensembles avec une étoile en exposant:

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots\} = \mathbb{N} \setminus \{0\}$$

$$\mathbb{Z}^* = \{\dots, -2, -1, 1, 2, \dots\} = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

## Remarque

On s'intéresse parfois aux deux ensembles précédents auquel **on a enlevé zéro**.

Pour simplifier la notation, on écrit ces ensembles avec une étoile en exposant:

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots\} = \mathbb{N} \setminus \{0\}$$

$$\mathbb{Z}^* = \{\dots, -2, -1, 1, 2, \dots\} = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

# Plan du Chapitre

## 1 Ensembles de nombres

- Entiers naturels
- Entiers relatifs
- **Nombres rationnels - Nombres décimaux**
- Nombres réels
- Comparaison des ensembles de nombres

## 2 Les intervalles de $\mathbb{R}$

- Intervalles bornés
- Intervalles non bornés
- Intersection d'intervalles
- Réunion d'intervalles

# Nombres rationnels

Si on regarde maintenant l'équation

$$4x + 1 = 2$$

on s'aperçoit qu'on **ne peut pas** la résoudre dans  $\mathbb{Z}$  car l'entier 1 divisé par 4 n'est pas un nombre entier mais un nombre **fractionnaire**.

On appelle **nombre rationnel** tout nombre qui peut s'écrire sous la forme

$$\frac{a}{b}$$

où  $a \in \mathbb{Z}$  et  $b \in \mathbb{N}^*$ .

L'ensemble des rationnels est noté  $\mathbb{Q}$  (pour quotient).

C'est naturellement encore un ensemble **infini**.



# Nombres rationnels

Si on regarde maintenant l'équation

$$4x + 1 = 2$$

on s'aperçoit qu'on **ne peut pas** la résoudre dans  $\mathbb{Z}$  car l'entier 1 divisé par 4 n'est pas un nombre entier mais un nombre **fractionnaire**.

On appelle **nombre rationnel** tout nombre qui peut s'écrire sous la forme

$$\frac{a}{b}$$

où  $a \in \mathbb{Z}$  et  $b \in \mathbb{N}^*$ .

L'ensemble des rationnels est noté  $\mathbb{Q}$  (pour quotient).

C'est naturellement encore un ensemble **infini**.

# Nombres rationnels

Si on regarde maintenant l'équation

$$4x + 1 = 2$$

on s'aperçoit qu'on **ne peut pas** la résoudre dans  $\mathbb{Z}$  car l'entier 1 divisé par 4 n'est pas un nombre entier mais un nombre **fractionnaire**.

On appelle **nombre rationnel** tout nombre qui peut s'écrire sous la forme

$$\frac{a}{b}$$

où  $a \in \mathbb{Z}$  et  $b \in \mathbb{N}^*$ .

L'ensemble des rationnels est noté  $\mathbb{Q}$  (pour quotient).

C'est naturellement encore un ensemble **infini**.

# Nombres rationnels

Si on regarde maintenant l'équation

$$4x + 1 = 2$$

on s'aperçoit qu'on **ne peut pas** la résoudre dans  $\mathbb{Z}$  car l'entier 1 divisé par 4 n'est pas un nombre entier mais un nombre **fractionnaire**.

On appelle **nombre rationnel** tout nombre qui peut s'écrire sous la forme

$$\frac{a}{b}$$

où  $a \in \mathbb{Z}$  et  $b \in \mathbb{N}^*$ .

L'ensemble des rationnels est noté  $\mathbb{Q}$  (pour quotient).

C'est naturellement encore un ensemble **infini**.

# Nombres rationnels - Exemples

- $\frac{7}{11}$ ,  $\frac{-5}{13}$ ,  $\frac{1}{2}$  sont des nombres rationnels.
- $\frac{0,7}{0,9}$  est un nombre rationnel, car on peut l'écrire  $\frac{7}{9}$
- **Tout nombre entier est un nombre rationnel:** si  $n \in \mathbb{Z}$ , alors on peut écrire

$$n = \frac{n}{1} \in \mathbb{Q}.$$

- $\pi$  et  $\sqrt{2}$  **ne sont pas** des nombres rationnels. On dit qu'il s'agit de **nombres irrationnels**.

# Nombres rationnels - Exemples

- $\frac{7}{11}$ ,  $\frac{-5}{13}$ ,  $\frac{1}{2}$  sont des nombres rationnels.
- $\frac{0,7}{0,9}$  est un nombre rationnel, car on peut l'écrire  $\frac{7}{9}$
- **Tout nombre entier est un nombre rationnel:** si  $n \in \mathbb{Z}$ , alors on peut écrire

$$n = \frac{n}{1} \in \mathbb{Q}.$$

- $\pi$  et  $\sqrt{2}$  **ne sont pas** des nombres rationnels. On dit qu'il s'agit de **nombres irrationnels**.

# Nombres rationnels - Exemples

- $\frac{7}{11}$ ,  $\frac{-5}{13}$ ,  $\frac{1}{2}$  sont des nombres rationnels.
- $\frac{0,7}{0,9}$  est un nombre rationnel, car on peut l'écrire  $\frac{7}{9}$
- **Tout nombre entier est un nombre rationnel:** si  $n \in \mathbb{Z}$ , alors on peut écrire

$$n = \frac{n}{1} \in \mathbb{Q}.$$

- $\pi$  et  $\sqrt{2}$  **ne sont pas** des nombres rationnels. On dit qu'il s'agit de **nombres irrationnels**.

# Nombres rationnels - Exemples

- $\frac{7}{11}$ ,  $\frac{-5}{13}$ ,  $\frac{1}{2}$  sont des nombres rationnels.
- $\frac{0,7}{0,9}$  est un nombre rationnel, car on peut l'écrire  $\frac{7}{9}$
- **Tout nombre entier est un nombre rationnel:** si  $n \in \mathbb{Z}$ , alors on peut écrire

$$n = \frac{n}{1} \in \mathbb{Q}.$$

- $\pi$  et  $\sqrt{2}$  **ne sont pas** des nombres rationnels. On dit qu'il s'agit de **nombres irrationnels**.

# Nombres décimaux

Parmi les nombres rationnels, il y a les **nombres décimaux**, c'est à dire les nombres "à virgule".

On appelle **nombre décimal** tout nombre rationnel dont le développement décimal est fini.

C'est à dire les nombres avec un **nombre fini** de chiffres après la virgule.

L'ensemble des décimaux est (logiquement) noté  $\mathbb{D}$ .

Attention, cet ensemble est **plus petit** que les rationnels: il est inclus dedans.



# Nombres décimaux

Parmi les nombres rationnels, il y a les **nombres décimaux**, c'est à dire les nombres "à virgule".

On appelle **nombre décimal** tout nombre rationnel dont le développement décimal est fini.

C'est à dire les nombres avec un **nombre fini** de chiffres après la virgule.

L'ensemble des décimaux est (logiquement) noté  $\mathbb{D}$ .

Attention, cet ensemble est **plus petit** que les rationnels: il est inclus dedans.

# Nombres décimaux

Parmi les nombres rationnels, il y a les **nombres décimaux**, c'est à dire les nombres "à virgule".

On appelle **nombre décimal** tout nombre rationnel dont le développement décimal est fini.

C'est à dire les nombres avec un **nombre fini** de chiffres après la virgule.

L'ensemble des décimaux est (logiquement) noté  $\mathbb{D}$ .

Attention, cet ensemble est **plus petit** que les rationnels: il est inclus dedans.

# Nombres décimaux

Parmi les nombres rationnels, il y a les **nombres décimaux**, c'est à dire les nombres "à virgule".

On appelle **nombre décimal** tout nombre rationnel dont le développement décimal est fini.

C'est à dire les nombres avec un **nombre fini** de chiffres après la virgule.

L'ensemble des décimaux est (logiquement) noté  $\mathbb{D}$ .

Attention, cet ensemble est **plus petit** que les rationnels: il est inclus dedans.

# Nombres décimaux

Parmi les nombres rationnels, il y a les **nombres décimaux**, c'est à dire les nombres "à virgule".

On appelle **nombre décimal** tout nombre rationnel dont le développement décimal est fini.

C'est à dire les nombres avec un **nombre fini** de chiffres après la virgule.

L'ensemble des décimaux est (logiquement) noté  $\mathbb{D}$ .

Attention, cet ensemble est **plus petit** que les rationnels: il est inclus dedans.

## Nombres décimaux - Exemples

- $\frac{1}{4} = 0,25$  est un nombre décimal car son développement s'arrête.
- $\frac{1}{3} = 0,33333333\dots$  **n'est pas** un nombre décimal car son développement est infini.
- $\frac{1}{10} = 0,1 \in \mathbb{D}$ ,  $\frac{7}{5} = 1,4 \in \mathbb{D}$  mais  $\frac{1}{7} = 0,142857142857\dots \notin \mathbb{D}$

### Propriété

Un nombre rationnel est décimal **si et seulement si** il peut s'écrire sous la forme

$$\frac{a}{10^n}$$

où  $a \in \mathbb{Z}$  et  $n \in \mathbb{N}$ .

## Nombres décimaux - Exemples

- $\frac{1}{4} = 0,25$  est un nombre décimal car son développement s'arrête.
- $\frac{1}{3} = 0,33333333\dots$  **n'est pas** un nombre décimal car son développement est infini.
- $\frac{1}{10} = 0,1 \in \mathbb{D}$ ,  $\frac{7}{5} = 1,4 \in \mathbb{D}$  mais  $\frac{1}{7} = 0,142857142857\dots \notin \mathbb{D}$

### Propriété

Un nombre rationnel est décimal **si et seulement si** il peut s'écrire sous la forme

$$\frac{a}{10^n}$$

où  $a \in \mathbb{Z}$  et  $n \in \mathbb{N}$ .

## Nombres décimaux - Exemples

- $\frac{1}{4} = 0,25$  est un nombre décimal car son développement s'arrête.
- $\frac{1}{3} = 0,33333333\dots$  **n'est pas** un nombre décimal car son développement est infini.
- $\frac{1}{10} = 0,1 \in \mathbb{D}$ ,  $\frac{7}{5} = 1,4 \in \mathbb{D}$  mais  $\frac{1}{7} = 0,142857142857\dots \notin \mathbb{D}$

### Propriété

Un nombre rationnel est décimal **si et seulement si** il peut s'écrire sous la forme

$$\frac{a}{10^n}$$

où  $a \in \mathbb{Z}$  et  $n \in \mathbb{N}$ .

## Nombres décimaux - Exemples

- $\frac{1}{4} = 0,25$  est un nombre décimal car son développement s'arrête.
- $\frac{1}{3} = 0,33333333\dots$  **n'est pas** un nombre décimal car son développement est infini.
- $\frac{1}{10} = 0,1 \in \mathbb{D}$ ,  $\frac{7}{5} = 1,4 \in \mathbb{D}$  mais  $\frac{1}{7} = 0,142857142857\dots \notin \mathbb{D}$

### Propriété

Un nombre rationnel est décimal **si et seulement si** il peut s'écrire sous la forme

$$\frac{a}{10^n}$$

où  $a \in \mathbb{Z}$  et  $n \in \mathbb{N}$ .



# Nombres décimaux - Exemples

Par exemple,

$$\frac{23}{4} \in \mathbb{D}$$

car

$$\frac{23}{4} = 5,75 = \frac{575}{100} = \frac{575}{10^2}$$

## Remarque

“si et seulement si” dans la propriété précédente signifie que l'implication marche dans **les deux sens**.

# Nombres décimaux - Exemples

Par exemple,

$$\frac{23}{4} \in \mathbb{D}$$

car

$$\frac{23}{4} = 5,75 = \frac{575}{100} = \frac{575}{10^2}$$

## Remarque

“si et seulement si” dans la propriété précédente signifie que l'implication marche dans **les deux sens**.

# Nombres décimaux - Exemples

Par exemple,

$$\frac{23}{4} \in \mathbb{D}$$

car

$$\frac{23}{4} = 5,75 = \frac{575}{100} = \frac{575}{10^2}$$

## Remarque

“si et seulement si” dans la propriété précédente signifie que l'implication marche dans **les deux sens**.

# Plan du Chapitre

## 1 Ensembles de nombres

- Entiers naturels
- Entiers relatifs
- Nombres rationnels - Nombres décimaux
- **Nombres réels**
- Comparaison des ensembles de nombres

## 2 Les intervalles de $\mathbb{R}$

- Intervalles bornés
- Intervalles non bornés
- Intersection d'intervalles
- Réunion d'intervalles

# Nombres irrationnels

On peut être amenés à considérer des nombres qui ne sont pas des rationnels:

- La longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle isocèle de côté 1 (qui vaut  $\sqrt{2}$ )
- Le périmètre d'un cercle de rayon 1 (qui vaut  $2\pi$ )
- Les solutions de l'équation  $x^2 = 2$  (qui sont  $\sqrt{2}$  et  $-\sqrt{2}$ )

On introduit donc l'ensemble des **réels**, que l'on note  $\mathbb{R}$ .

Il s'agit de l'ensemble contenant **tous les nombres** utilisés en classe de Seconde.

C'est donc naturellement un ensemble **infini** et qui contient les ensembles précédents.

# Nombres irrationnels

On peut être amenés à considérer des nombres qui ne sont pas des rationnels:

- La longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle isocèle de côté 1 (qui vaut  $\sqrt{2}$ )
- Le périmètre d'un cercle de rayon 1 (qui vaut  $2\pi$ )
- Les solutions de l'équation  $x^2 = 2$  (qui sont  $\sqrt{2}$  et  $-\sqrt{2}$ )

On introduit donc l'ensemble des **réels**, que l'on note  $\mathbb{R}$ .

Il s'agit de l'ensemble contenant **tous les nombres** utilisés en classe de Seconde.

C'est donc naturellement un ensemble **infini** et qui contient les ensembles précédents.

# Nombres irrationnels

On peut être amenés à considérer des nombres qui ne sont pas des rationnels:

- La longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle isocèle de côté 1 (qui vaut  $\sqrt{2}$ )
- Le périmètre d'un cercle de rayon 1 (qui vaut  $2\pi$ )
- Les solutions de l'équation  $x^2 = 2$  (qui sont  $\sqrt{2}$  et  $-\sqrt{2}$ )

On introduit donc l'ensemble des **réels**, que l'on note  $\mathbb{R}$ .

Il s'agit de l'ensemble contenant **tous les nombres** utilisés en classe de Seconde.

C'est donc naturellement un ensemble **infini** et qui contient les ensembles précédents.

# Nombres irrationnels

On peut être amenés à considérer des nombres qui ne sont pas des rationnels:

- La longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle isocèle de côté 1 (qui vaut  $\sqrt{2}$ )
- Le périmètre d'un cercle de rayon 1 (qui vaut  $2\pi$ )
- Les solutions de l'équation  $x^2 = 2$  (qui sont  $\sqrt{2}$  et  $-\sqrt{2}$ )

On introduit donc l'ensemble des **réels**, que l'on note  $\mathbb{R}$ .

Il s'agit de l'ensemble contenant **tous les nombres** utilisés en classe de Seconde.

C'est donc naturellement un ensemble **infini** et qui contient les ensembles précédents.



# Nombres irrationnels

On peut être amenés à considérer des nombres qui ne sont pas des rationnels:

- La longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle isocèle de côté 1 (qui vaut  $\sqrt{2}$ )
- Le périmètre d'un cercle de rayon 1 (qui vaut  $2\pi$ )
- Les solutions de l'équation  $x^2 = 2$  (qui sont  $\sqrt{2}$  et  $-\sqrt{2}$ )

On introduit donc l'ensemble des **réels**, que l'on note  $\mathbb{R}$ .

Il s'agit de l'ensemble contenant **tous les nombres** utilisés en classe de Seconde.

C'est donc naturellement un ensemble **infini** et qui contient les ensembles précédents.

# Nombres irrationnels

On peut être amenés à considérer des nombres qui ne sont pas des rationnels:

- La longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle isocèle de côté 1 (qui vaut  $\sqrt{2}$ )
- Le périmètre d'un cercle de rayon 1 (qui vaut  $2\pi$ )
- Les solutions de l'équation  $x^2 = 2$  (qui sont  $\sqrt{2}$  et  $-\sqrt{2}$ )

On introduit donc l'ensemble des **réels**, que l'on note  $\mathbb{R}$ .

Il s'agit de l'ensemble contenant **tous les nombres** utilisés en classe de Seconde.

C'est donc naturellement un ensemble **infini** et qui contient les ensembles précédents.

# Nombres irrationnels

On peut être amenés à considérer des nombres qui ne sont pas des rationnels:

- La longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle isocèle de côté 1 (qui vaut  $\sqrt{2}$ )
- Le périmètre d'un cercle de rayon 1 (qui vaut  $2\pi$ )
- Les solutions de l'équation  $x^2 = 2$  (qui sont  $\sqrt{2}$  et  $-\sqrt{2}$ )

On introduit donc l'ensemble des **réels**, que l'on note  $\mathbb{R}$ .

Il s'agit de l'ensemble contenant **tous les nombres** utilisés en classe de Seconde.

C'est donc naturellement un ensemble **infini** et qui contient les ensembles précédents.

# Nombres réels et droite graduée

On représente l'ensemble des réels par une **droite graduée**.

Cette droite s'appelle la **droite réelle**.

À chaque point de la droite correspond un unique nombre réel, appelé **abscisse** du point.

Réciproquement, à tout nombre réel correspond un unique point dont il est l'abscisse.

Sur ce dessin, le point  $A$  a pour abscisse le nombre réel (négatif)  $-\sqrt{3}$ .  
Les nombres réels (positifs)  $\sqrt{2}$  et  $\pi$  sont quant à eux les abscisses respectives des points  $B$  et  $C$ .

# Nombres réels et droite graduée

On représente l'ensemble des réels par une **droite graduée**.

Cette droite s'appelle la **droite réelle**.

À chaque point de la droite correspond un unique nombre réel, appelé **abscisse** du point.

Réciproquement, à tout nombre réel correspond un unique point dont il est l'abscisse.

Sur ce dessin, le point  $A$  a pour abscisse le nombre réel (négatif)  $-\sqrt{3}$ .  
Les nombres réels (positifs)  $\sqrt{2}$  et  $\pi$  sont quant à eux les abscisses respectives des points  $B$  et  $C$ .

# Nombres réels et droite graduée

On représente l'ensemble des réels par une **droite graduée**.

Cette droite s'appelle la **droite réelle**.

À chaque point de la droite correspond un unique nombre réel, appelé **abscisse** du point.

Réciproquement, à tout nombre réel correspond un unique point dont il est l'abscisse.

Sur ce dessin, le point  $A$  a pour abscisse le nombre réel (négatif)  $-\sqrt{3}$ .  
Les nombres réels (positifs)  $\sqrt{2}$  et  $\pi$  sont quant à eux les abscisses respectives des points  $B$  et  $C$ .

# Nombres réels et droite graduée

On représente l'ensemble des réels par une **droite graduée**.

Cette droite s'appelle la **droite réelle**.

À chaque point de la droite correspond un unique nombre réel, appelé **abscisse** du point.

Réciproquement, à tout nombre réel correspond un unique point dont il est l'abscisse.

Sur ce dessin, le point  $A$  a pour abscisse le nombre réel (négatif)  $-\sqrt{3}$ .  
Les nombres réels (positifs)  $\sqrt{2}$  et  $\pi$  sont quant à eux les abscisses respectives des points  $B$  et  $C$ .

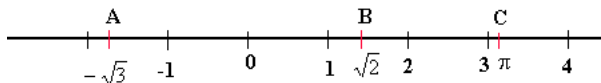
# Nombres réels et droite graduée

On représente l'ensemble des réels par une **droite graduée**.

Cette droite s'appelle la **droite réelle**.

À chaque point de la droite correspond un unique nombre réel, appelé **abscisse** du point.

Réciproquement, à tout nombre réel correspond un unique point dont il est l'abscisse.



Sur ce dessin, le point  $A$  a pour abscisse le nombre réel (négatif)  $-\sqrt{3}$ . Les nombres réels (positifs)  $\sqrt{2}$  et  $\pi$  sont quant à eux les abscisses respectives des points  $B$  et  $C$ .



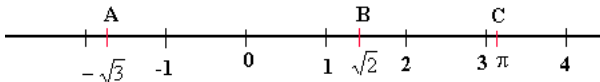
# Nombres réels et droite graduée

On représente l'ensemble des réels par une **droite graduée**.

Cette droite s'appelle la **droite réelle**.

À chaque point de la droite correspond un unique nombre réel, appelé **abscisse** du point.

Réciproquement, à tout nombre réel correspond un unique point dont il est l'abscisse.



Sur ce dessin, le point  $A$  a pour abscisse le nombre réel (négatif)  $-\sqrt{3}$ . Les nombres réels (positifs)  $\sqrt{2}$  et  $\pi$  sont quant à eux les abscisses respectives des points  $B$  et  $C$ .

# Plan du Chapitre

## 1 Ensembles de nombres

- Entiers naturels
- Entiers relatifs
- Nombres rationnels - Nombres décimaux
- Nombres réels
- **Comparaison des ensembles de nombres**

## 2 Les intervalles de $\mathbb{R}$

- Intervalles bornés
- Intervalles non bornés
- Intersection d'intervalles
- Réunion d'intervalles

# Une suite d'inclusions

Tous les ensembles précédents sont **inclus** les uns dans les autres.

On écrit cela

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

On peut garder en tête l'image des “poupées russes” et le dessin

# Une suite d'inclusions

Tous les ensembles précédents sont **inclus** les uns dans les autres.

On écrit cela

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

On peut garder en tête l'image des “poupées russes” et le dessin

# Une suite d'inclusions

Tous les ensembles précédents sont **inclus** les uns dans les autres.

On écrit cela

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

On peut garder en tête l'image des “poupées russes” et le dessin

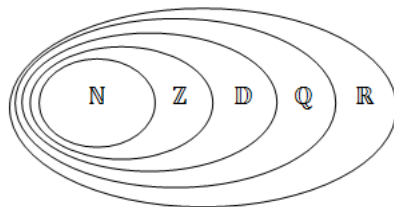
# Une suite d'inclusions

Tous les ensembles précédents sont **inclus** les uns dans les autres.

On écrit cela

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

On peut garder en tête l'image des "poupées russes" et le dessin



Un **intervalle** de  $\mathbb{R}$  est une partie de  $\mathbb{R}$  qui peut être représentée par:

- un **segment**
- une **demi-droite**
- la **droite toute entière**.

Chaque intervalle est **associé** à une **inégalité** ou un **encadrement** concernant les abscisses des points de la droite appartenant à ce segment ou cette demi-droite.

Il existe différents types d'intervalle que voici.

Un **intervalle** de  $\mathbb{R}$  est une partie de  $\mathbb{R}$  qui peut être représentée par:

- un **segment**
- une **demi-droite**
- la **droite toute entière**.

Chaque intervalle est **associé** à une **inégalité** ou un **encadrement** concernant les abscisses des points de la droite appartenant à ce segment ou cette demi-droite.

Il existe différents types d'intervalle que voici.



Un **intervalle** de  $\mathbb{R}$  est une partie de  $\mathbb{R}$  qui peut être représentée par:

- un **segment**
- une **demi-droite**
- la **droite toute entière**.

Chaque intervalle est **associé** à une **inégalité** ou un **encadrement** concernant les abscisses des points de la droite appartenant à ce segment ou cette demi-droite.

Il existe différents types d'intervalle que voici.

Un **intervalle** de  $\mathbb{R}$  est une partie de  $\mathbb{R}$  qui peut être représentée par:

- un **segment**
- une **demi-droite**
- la **droite toute entière**.

Chaque intervalle est **associé** à une **inégalité** ou un **encadrement** concernant les abscisses des points de la droite appartenant à ce segment ou cette demi-droite.

Il existe différents types d'intervalle que voici.

Un **intervalle** de  $\mathbb{R}$  est une partie de  $\mathbb{R}$  qui peut être représentée par:

- un **segment**
- une **demi-droite**
- la **droite toute entière**.

Chaque intervalle est **associé** à une **inégalité** ou un **encadrement** concernant les abscisses des points de la droite appartenant à ce segment ou cette demi-droite.

Il existe différents types d'intervalle que voici.

Un **intervalle** de  $\mathbb{R}$  est une partie de  $\mathbb{R}$  qui peut être représentée par:

- un **segment**
- une **demi-droite**
- la **droite toute entière**.

Chaque intervalle est **associé** à une **inégalité** ou un **encadrement** concernant les abscisses des points de la droite appartenant à ce segment ou cette demi-droite.

Il existe différents types d'intervalle que voici.

# Plan du Chapitre

## 1 Ensembles de nombres

- Entiers naturels
- Entiers relatifs
- Nombres rationnels - Nombres décimaux
- Nombres réels
- Comparaison des ensembles de nombres

## 2 Les intervalles de $\mathbb{R}$

- **Intervalles bornés**
- Intervalles non bornés
- Intersection d'intervalles
- Réunion d'intervalles

# Intervalles fermés bornés

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres réels (avec  $a < b$ ).

On appelle **intervalle fermé borné** de  $a$  à  $b$ , et on note  $[a; b]$  le sous-ensemble de  $\mathbb{R}$  contenant tous les nombres compris entre  $a$  et  $b$  ainsi que  $a$  et  $b$ .

$$[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \text{ tels que } a \leq x \leq b\}$$

On représente ce sous-ensemble par un segment :

# Intervalles fermés bornés

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres réels (avec  $a < b$ ).

On appelle **intervalle fermé borné** de  $a$  à  $b$ , et on note  $[a; b]$  le sous-ensemble de  $\mathbb{R}$  contenant tous les nombres compris entre  $a$  et  $b$  ainsi que  $a$  et  $b$ .

$$[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \text{ tels que } a \leq x \leq b\}$$

On représente ce sous-ensemble par un segment :

# Intervalles fermés bornés

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres réels (avec  $a < b$ ).

On appelle **intervalle fermé borné** de  $a$  à  $b$ , et on note  $[a; b]$  le sous-ensemble de  $\mathbb{R}$  contenant tous les nombres compris entre  $a$  et  $b$  ainsi que  $a$  et  $b$ .

$$[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \text{ tels que } a \leq x \leq b\}$$

On représente ce sous-ensemble par un segment :



# Intervalles fermés bornés

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres réels (avec  $a < b$ ).

On appelle **intervalle fermé borné** de  $a$  à  $b$ , et on note  $[a; b]$  le sous-ensemble de  $\mathbb{R}$  contenant tous les nombres compris entre  $a$  et  $b$  ainsi que  $a$  et  $b$ .

$$[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \text{ tels que } a \leq x \leq b\}$$

On représente ce sous-ensemble par un segment :

# Intervalles fermés bornés

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres réels (avec  $a < b$ ).

On appelle **intervalle fermé borné** de  $a$  à  $b$ , et on note  $[a; b]$  le sous-ensemble de  $\mathbb{R}$  contenant tous les nombres compris entre  $a$  et  $b$  ainsi que  $a$  et  $b$ .

$$[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \text{ tels que } a \leq x \leq b\}$$

On représente ce sous-ensemble par un segment :



# Intervalles ouverts bornés

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres réels (avec  $a < b$ ).

On appelle **intervalle ouvert borné** de  $a$  à  $b$ , et on note  $]a; b[$  le sous-ensemble de  $\mathbb{R}$  contenant tous les nombres compris entre  $a$  et  $b$  à l'exception de  $a$  et  $b$ .

$$]a; b[ = \{x \in \mathbb{R} \text{ tels que } a < x < b\}$$

On représente ce sous-ensemble par un segment ouvert :



## Intervalles bornés semi-ouverts - à gauche

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres réels (avec  $a < b$ ).

On appelle **intervalle borné semi-ouvert à gauche** de  $a$  à  $b$ , et on note  $]a; b]$  le sous-ensemble de  $\mathbb{R}$  contenant tous les nombres compris entre  $a$  et  $b$ , y compris  $b$  mais à l'exception de  $a$ .

$$]a; b] = \{x \in \mathbb{R} \text{ tels que } a < x \leq b\}$$

On représente ce sous-ensemble par un segment semi-ouvert :



## Intervalles bornés semi-ouverts - à droite

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres réels (avec  $a < b$ ).





On appelle **intervalle borné semi-ouvert à droite** de  $a$  à  $b$ , et on note  $[a; b[$  le sous-ensemble de  $\mathbb{R}$  contenant tous les nombres compris entre  $a$  et  $b$ , y compris  $a$  mais à l'exception de  $b$ .

$$[a; b[ = \{x \in \mathbb{R} \text{ tels que } a \leq x < b\}$$

On représente ce sous-ensemble par un segment semi-ouvert :



## Bilan

L'intervalle noté :	est l'ensemble des réels $x$ tels que :	Représentation (en rouge) :
$[a;b]$	$a \leq x \leq b$	
$[a;b[$	$a \leq x < b$	
$]a;b]$	$a < x \leq b$	
$]a;b[$	$a < x < b$	

# Plan du Chapitre

1

## Ensembles de nombres

- Entiers naturels
- Entiers relatifs
- Nombres rationnels - Nombres décimaux
- Nombres réels
- Comparaison des ensembles de nombres

2

## Les intervalles de $\mathbb{R}$

- Intervalles bornés
- **Intervalles non bornés**
- Intersection d'intervalles
- Réunion d'intervalles

# Intervalles ouverts infinis - à gauche

Soit  $a$  un nombre réel.

On appelle **intervalle ouvert infini** de  $a$  à  $+\infty$ , et on note  $]a; +\infty[$ , le sous-ensemble de  $\mathbb{R}$  contenant tous les nombres **strictement** supérieurs à  $a$ .

$$]a; +\infty[ = \{x \in \mathbb{R} \text{ tels que } a < x\}$$

On représente ce sous-ensemble par une demi-droite ouverte :



## Intervalles ouverts infinis - à gauche

Soit  $a$  un nombre réel.

On appelle **intervalle ouvert infini** de  $a$  à  $+\infty$ , et on note  $]a; +\infty[$ , le sous-ensemble de  $\mathbb{R}$  contenant tous les nombres **strictement** supérieurs à  $a$ .

$$]a; +\infty[ = \{x \in \mathbb{R} \text{ tels que } a < x\}$$

On représente ce sous-ensemble par une demi-droite ouverte :

## Intervalles ouverts infinis - à gauche

Soit  $a$  un nombre réel.

On appelle **intervalle ouvert infini** de  $a$  à  $+\infty$ , et on note  $]a; +\infty[$ , le sous-ensemble de  $\mathbb{R}$  contenant tous les nombres **strictement** supérieurs à  $a$ .

$$]a; +\infty[ = \{x \in \mathbb{R} \text{ tels que } a < x\}$$

On représente ce sous-ensemble par une demi-droite ouverte :

## Intervalles ouverts infinis - à gauche

Soit  $a$  un nombre réel.

On appelle **intervalle ouvert infini** de  $a$  à  $+\infty$ , et on note  $]a; +\infty[$ , le sous-ensemble de  $\mathbb{R}$  contenant tous les nombres **strictement** supérieurs à  $a$ .

$$]a; +\infty[ = \{x \in \mathbb{R} \text{ tels que } a < x\}$$

On représente ce sous-ensemble par une demi-droite ouverte :

## Intervalles ouverts infinis - à gauche

Soit  $a$  un nombre réel.

On appelle **intervalle ouvert infini** de  $a$  à  $+\infty$ , et on note  $]a; +\infty[$ , le sous-ensemble de  $\mathbb{R}$  contenant tous les nombres **strictement** supérieurs à  $a$ .

$$]a; +\infty[ = \{x \in \mathbb{R} \text{ tels que } a < x\}$$

On représente ce sous-ensemble par une demi-droite ouverte :



## Intervalles ouverts infinis - à droite

Soit  $a$  un nombre réel.

On appelle **intervalle ouvert infini** de  $-\infty$  à  $a$ , et on note  $] - \infty; a[$ , le sous-ensemble de  $\mathbb{R}$  contenant tous les nombres **strictement** inférieurs à  $a$ .

$$] - \infty; a[ = \{x \in \mathbb{R} \text{ tels que } x < a\}$$

On représente ce sous-ensemble par une demi-droite ouverte :



# Intervalles fermé infinis - à gauche

Soit  $a$  un nombre réel.

On appelle **intervalle fermé infini** de  $a$  à  $+\infty$ , et on note  $[a; +\infty[$ , le sous-ensemble de  $\mathbb{R}$  contenant tous les nombres supérieurs **ou égaux** à  $a$ .

$$[a; +\infty[ = \{x \in \mathbb{R} \text{ tels que } a \leq x\}$$

On représente ce sous-ensemble par une demi-droite:



## Intervalles fermés infinis - à droite

Soit  $a$  un nombre réel.





On appelle **intervalle fermé infini** de  $-\infty$  à  $a$ , et on note  $] - \infty; a]$ , le sous-ensemble de  $\mathbb{R}$  contenant tous les nombres inférieurs **ou égaux** à  $a$ .

$$] - \infty; a] = \{x \in \mathbb{R} \text{ tels que } x \leq a\}$$

On représente ce sous-ensemble par une demi-droite :



## Bilan

L'intervalle noté :	est l'ensemble des réels $x$ tels que :	Représentation (en rouge) :
$[a; +\infty[$	$x \geq a$	
$]a; +\infty[$	$x > a$	
$]-\infty; b]$	$x \leq b$	
$]-\infty; b[$	$x < b$	



# Remarques

- $\mathbb{R}$  **est** un intervalle:

$$\mathbb{R} = ] - \infty ; +\infty [$$

- Les **extrémités** de tous les intervalles sont appelées **bornes** de l'intervalle.
- Un crochet est ouvert lorsqu'il fait le dos à sa borne. Aux infinis, le crochet de l'intervalle est **toujours ouvert**.

# Remarques

- $\mathbb{R}$  **est** un intervalle:

$$\mathbb{R} = ] - \infty ; +\infty [$$

- Les **extrémités** de tous les intervalles sont appelées **bornes** de l'intervalle.
- Un crochet est ouvert lorsqu'il fait le dos à sa borne. Aux infinis, le crochet de l'intervalle est **toujours ouvert**.

# Remarques

- $\mathbb{R}$  **est** un intervalle:

$$\mathbb{R} = ] - \infty ; +\infty [$$

- Les **extrémités** de tous les intervalles sont appelées **bornes** de l'intervalle.
- Un crochet est ouvert lorsqu'il fait le dos à sa borne. Aux infinis, le crochet de l'intervalle est **toujours ouvert**.

# Plan du Chapitre

1

## Ensembles de nombres

- Entiers naturels
- Entiers relatifs
- Nombres rationnels - Nombres décimaux
- Nombres réels
- Comparaison des ensembles de nombres

2

## Les intervalles de $\mathbb{R}$

- Intervalles bornés
- Intervalles non bornés
- **Intersection d'intervalles**
- Réunion d'intervalles

# Intersection : ET

Soient  $E$  et  $F$  deux ensembles quelconques.

L'**intersection** de  $E$  et de  $F$  est l'ensemble des éléments **à la fois** dans  $E$  et dans  $F$ .

On note

$$E \cap F = \{x \in E \text{ et } x \in F\}$$

S'il n'y a aucun élément commun à  $E$  et  $F$ , on dit que l'intersection est **vide**, et on note  $E \cap F = \emptyset$ .

## Remarque

- $E \cap F = F \cap E$
- $E \cap \mathbb{R} = E$
- $E \cap \emptyset = \emptyset$

# Intersection : ET

Soient  $E$  et  $F$  deux ensembles quelconques.

L'**intersection** de  $E$  et de  $F$  est l'ensemble des éléments **à la fois** dans  $E$  et dans  $F$ .

On note

$$E \cap F = \{x \in E \text{ et } x \in F\}$$

S'il n'y a aucun élément commun à  $E$  et  $F$ , on dit que l'intersection est **vide**, et on note  $E \cap F = \emptyset$ .

## Remarque

- $E \cap F = F \cap E$
- $E \cap \mathbb{R} = E$
- $E \cap \emptyset = \emptyset$

# Intersection : ET

Soient  $E$  et  $F$  deux ensembles quelconques.

L'**intersection** de  $E$  et de  $F$  est l'ensemble des éléments **à la fois** dans  $E$  et dans  $F$ .

On note

$$E \cap F = \{x \in E \text{ et } x \in F\}$$

S'il n'y a aucun élément commun à  $E$  et  $F$ , on dit que l'intersection est **vide**, et on note  $E \cap F = \emptyset$ .

## Remarque

- $E \cap F = F \cap E$
- $E \cap \mathbb{R} = E$
- $E \cap \emptyset = \emptyset$

# Intersection : ET

Soient  $E$  et  $F$  deux ensembles quelconques.

L'**intersection** de  $E$  et de  $F$  est l'ensemble des éléments **à la fois** dans  $E$  et dans  $F$ .

On note

$$E \cap F = \{x \in E \text{ et } x \in F\}$$

S'il n'y a aucun élément commun à  $E$  et  $F$ , on dit que l'intersection est **vide**, et on note  $E \cap F = \emptyset$ .

## Remarque

- $E \cap F = F \cap E$
- $E \cap \mathbb{R} = E$
- $E \cap \emptyset = \emptyset$



# Intersection : ET

Soient  $E$  et  $F$  deux ensembles quelconques.

L'**intersection** de  $E$  et de  $F$  est l'ensemble des éléments **à la fois** dans  $E$  et dans  $F$ .

On note

$$E \cap F = \{x \in E \text{ et } x \in F\}$$

S'il n'y a aucun élément commun à  $E$  et  $F$ , on dit que l'intersection est **vide**, et on note  $E \cap F = \emptyset$ .

## Remarque

- $E \cap F = F \cap E$
- $E \cap \mathbb{R} = E$
- $E \cap \emptyset = \emptyset$

# Intersection : ET

Soient  $E$  et  $F$  deux ensembles quelconques.

L'**intersection** de  $E$  et de  $F$  est l'ensemble des éléments **à la fois** dans  $E$  et dans  $F$ .

On note

$$E \cap F = \{x \in E \text{ et } x \in F\}$$

S'il n'y a aucun élément commun à  $E$  et  $F$ , on dit que l'intersection est **vide**, et on note  $E \cap F = \emptyset$ .

## Remarque

- $E \cap F = F \cap E$
- $E \cap \mathbb{R} = E$
- $E \cap \emptyset = \emptyset$

# Intersection : ET

Soient  $E$  et  $F$  deux ensembles quelconques.

L'**intersection** de  $E$  et de  $F$  est l'ensemble des éléments **à la fois** dans  $E$  et dans  $F$ .

On note

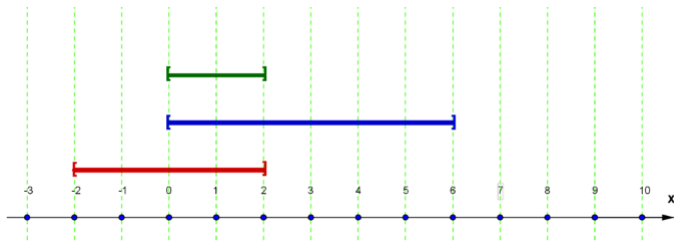
$$E \cap F = \{x \in E \text{ et } x \in F\}$$

S'il n'y a aucun élément commun à  $E$  et  $F$ , on dit que l'intersection est **vide**, et on note  $E \cap F = \emptyset$ .

## Remarque

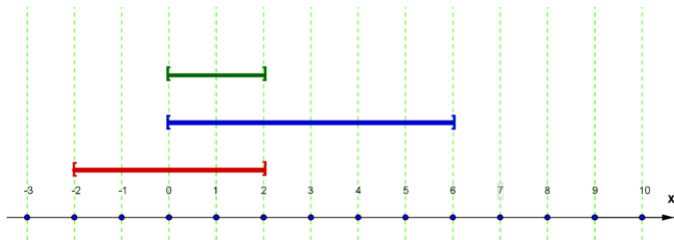
- $E \cap F = F \cap E$
- $E \cap \mathbb{R} = E$
- $E \cap \emptyset = \emptyset$

# Exemples



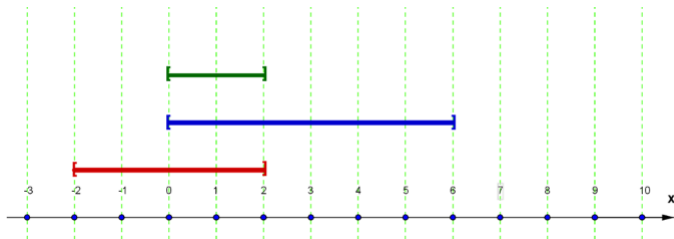
$$[-2; 2] \cap [0; 6] = [0; 2]$$

# Exemples



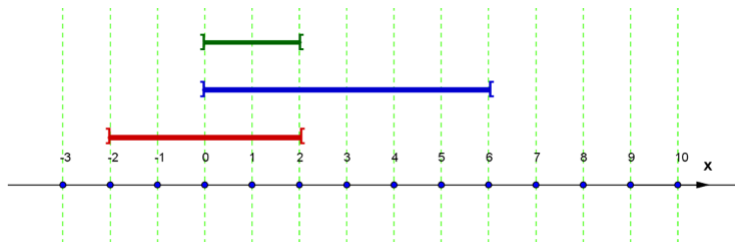
$$[-2; 2] \cap [0; 6] = [0; 2]$$

# Exemples



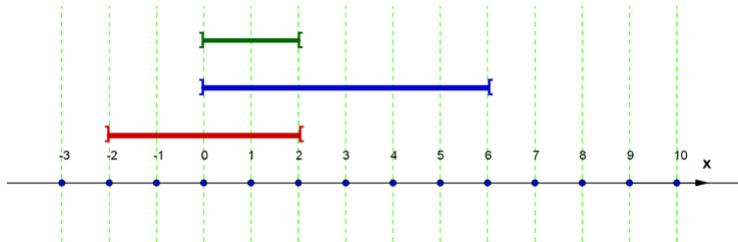
$$[-2; 2] \cap [0; 6] = [0; 2]$$

# Exemples



$$]-2; 2[ \cap ]0; 6[ = ]0; 2[$$

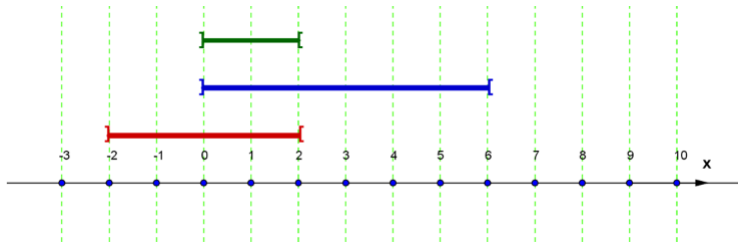
# Exemples



$$]-2; 2[ \cap ]0; 6[ = ]0; 2[$$

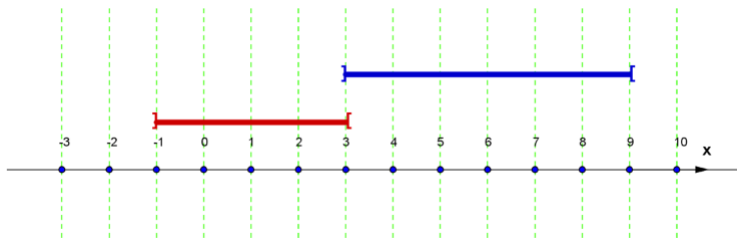


# Exemples



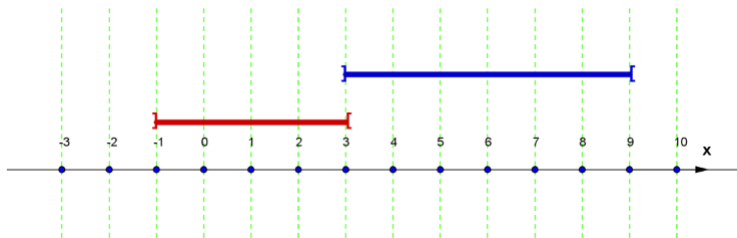
$$] - 2; 2[ \cap ] 0; 6[ = ] 0; 2[$$

# Exemples



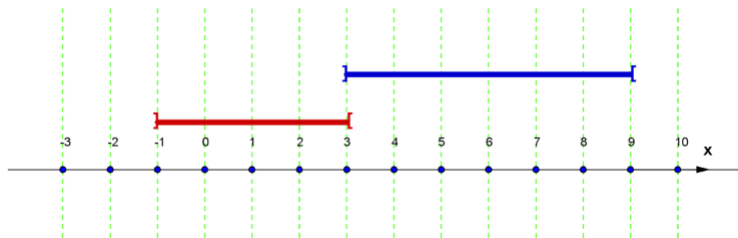
$$]-1; 3[ \cap ]3; 9[ = \emptyset$$

# Exemples



$$]-1; 3[ \cap ]3; 9[ = \emptyset$$

# Exemples



$$]-1; 3[ \cap ]3; 9[ = \emptyset$$

# Propriétés

- L'intersection de deux intervalles fermés bornés est encore un intervalle fermé borné
- L'intersection de deux intervalles ouverts bornés est encore un intervalle ouvert borné

En particulier,

- Un **singleton** est un intervalle fermé borné:

$$\{a\} = \{x \in \mathbb{R} \text{ tels que } a \leq x \leq a\} = [a - 1; a] \cap [a; a + 1]$$

- L'ensemble vide est un intervalle à la fois ouvert et fermé:

$$\emptyset = ]1; 2[ \cap ]2; 3[ = ]1; 2[ \cap ]3; 4[$$

# Propriétés

- L'intersection de deux intervalles fermés bornés est encore un intervalle fermé borné
- L'intersection de deux intervalles ouverts bornés est encore un intervalle ouvert borné

En particulier,

- Un **singleton** est un intervalle fermé borné:

$$\{a\} = \{x \in \mathbb{R} \text{ tels que } a \leq x \leq a\} = [a - 1; a] \cap [a; a + 1]$$

- L'ensemble vide est un intervalle à la fois ouvert et fermé:

$$\emptyset = ]1; 2[ \cap ]3; 4[ = [1; 2] \cap [3; 4]$$

# Propriétés

- L'intersection de deux intervalles fermés bornés est encore un intervalle fermé borné
- L'intersection de deux intervalles ouverts bornés est encore un intervalle ouvert borné

En particulier,

- Un **singleton** est un intervalle fermé borné:

$$\{a\} = \{x \in \mathbb{R} \text{ tels que } a \leq x \leq a\} = [a - 1; a] \cap [a; a + 1]$$

- L'ensemble vide est un intervalle à la fois ouvert et fermé:

$$\emptyset = ]1; 2[ \cap ]3; 4[ = [1; 2] \cap [3; 4]$$

# Propriétés

- L'intersection de deux intervalles fermés bornés est encore un intervalle fermé borné
- L'intersection de deux intervalles ouverts bornés est encore un intervalle ouvert borné

En particulier,

- Un **singleton** est un intervalle fermé borné:

$$\{a\} = \{x \in \mathbb{R} \text{ tels que } a \leq x \leq a\} = [a - 1; a] \cap [a; a + 1]$$

- L'ensemble vide est un intervalle à la fois ouvert et fermé:

$$\emptyset = ]1; 2[ \cap ]2; 3[ = ]1; 2[ \cap ]3; 4[$$



# Propriétés

- L'intersection de deux intervalles fermés bornés est encore un intervalle fermé borné
- L'intersection de deux intervalles ouverts bornés est encore un intervalle ouvert borné

En particulier,

- Un **singleton** est un intervalle fermé borné:

$$\{a\} = \{x \in \mathbb{R} \text{ tels que } a \leq x \leq a\} = [a - 1; a] \cap [a; a + 1]$$

- L'ensemble vide est un intervalle à la fois ouvert et fermé:

$$\emptyset = ]1; 2[ \cap ]3; 4[ = [1; 2] \cap [3; 4]$$

# Plan du Chapitre

1

## Ensembles de nombres

- Entiers naturels
- Entiers relatifs
- Nombres rationnels - Nombres décimaux
- Nombres réels
- Comparaison des ensembles de nombres

2

## Les intervalles de $\mathbb{R}$

- Intervalles bornés
- Intervalles non bornés
- Intersection d'intervalles
- Réunion d'intervalles

# Réunion : OU

Soient  $E$  et  $F$  deux ensembles quelconques.

La **réunion** de  $E$  et de  $F$  est l'ensemble des éléments qui sont dans  $E$  ou dans  $F$  **ou dans les deux**.

On note

$$E \cup F = \{x \in E \text{ ou } x \in F\}$$

## Remarque

- $E \cup F = F \cup E$
- $E \cap F \subset E \cup F$
- $E \cup \mathbb{R} = \mathbb{R}$
- $E \cup \emptyset = E$

# Réunion : OU

Soient  $E$  et  $F$  deux ensembles quelconques.

La **réunion** de  $E$  et de  $F$  est l'ensemble des éléments qui sont dans  $E$  ou dans  $F$  **ou dans les deux**.

On note

$$E \cup F = \{x \in E \text{ ou } x \in F\}$$

## Remarque

- $E \cup F = F \cup E$
- $E \cap F \subset E \cup F$
- $E \cup \mathbb{R} = \mathbb{R}$
- $E \cup \emptyset = E$

# Réunion : OU

Soient  $E$  et  $F$  deux ensembles quelconques.

La **réunion** de  $E$  et de  $F$  est l'ensemble des éléments qui sont dans  $E$  ou dans  $F$  **ou dans les deux**.

On note

$$E \cup F = \{x \in E \text{ ou } x \in F\}$$

## Remarque

- $E \cup F = F \cup E$
- $E \cap F \subset E \cup F$
- $E \cup \mathbb{R} = \mathbb{R}$
- $E \cup \emptyset = E$

# Réunion : OU

Soient  $E$  et  $F$  deux ensembles quelconques.

La **réunion** de  $E$  et de  $F$  est l'ensemble des éléments qui sont dans  $E$  ou dans  $F$  **ou dans les deux**.

On note

$$E \cup F = \{x \in E \text{ ou } x \in F\}$$

## Remarque

- $E \cup F = F \cup E$
- $E \cap F \subset E \cup F$
- $E \cup \mathbb{R} = \mathbb{R}$
- $E \cup \emptyset = E$

# Réunion : OU

Soient  $E$  et  $F$  deux ensembles quelconques.

La **réunion** de  $E$  et de  $F$  est l'ensemble des éléments qui sont dans  $E$  ou dans  $F$  **ou dans les deux**.

On note

$$E \cup F = \{x \in E \text{ ou } x \in F\}$$

## Remarque

- $E \cup F = F \cup E$
- $E \cap F \subset E \cup F$
- $E \cup \mathbb{R} = \mathbb{R}$
- $E \cup \emptyset = E$

# Réunion : OU

Soient  $E$  et  $F$  deux ensembles quelconques.

La **réunion** de  $E$  et de  $F$  est l'ensemble des éléments qui sont dans  $E$  ou dans  $F$  **ou dans les deux**.

On note

$$E \cup F = \{x \in E \text{ ou } x \in F\}$$

## Remarque

- $E \cup F = F \cup E$
- $E \cap F \subset E \cup F$
- $E \cup \mathbb{R} = \mathbb{R}$
- $E \cup \emptyset = E$



# Réunion : OU

Soient  $E$  et  $F$  deux ensembles quelconques.

La **réunion** de  $E$  et de  $F$  est l'ensemble des éléments qui sont dans  $E$  ou dans  $F$  **ou dans les deux**.

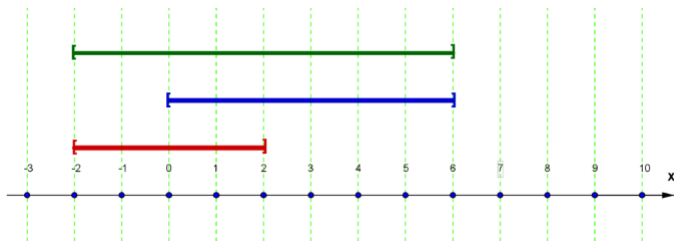
On note

$$E \cup F = \{x \in E \text{ ou } x \in F\}$$

## Remarque

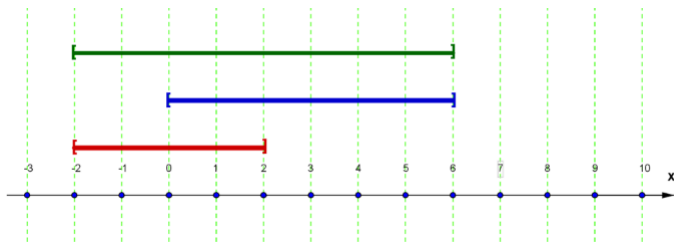
- $E \cup F = F \cup E$
- $E \cap F \subset E \cup F$
- $E \cup \mathbb{R} = \mathbb{R}$
- $E \cup \emptyset = E$

# Exemples



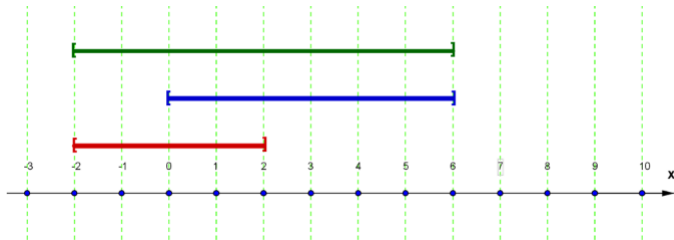
$$[2; 2] \cup [0; 6] = [-2; 6]$$

# Exemples



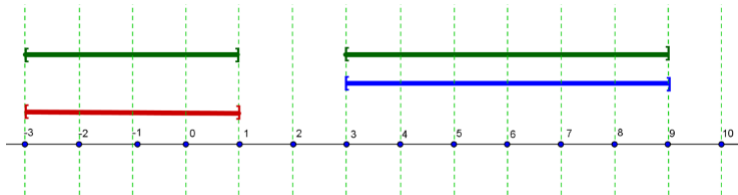
$$[2; 2] \cup [0; 6] = [-2; 6]$$

# Exemples



$$[2; 2] \cup [0; 6] = [-2; 6]$$

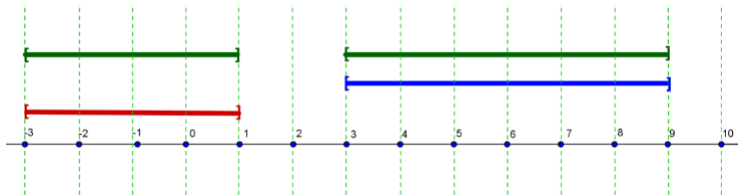
# Exemples



$$[-3; 1] \cup [3; 9] = [-3; 1] \cup [3; 9]$$

On ne peut pas simplifier!

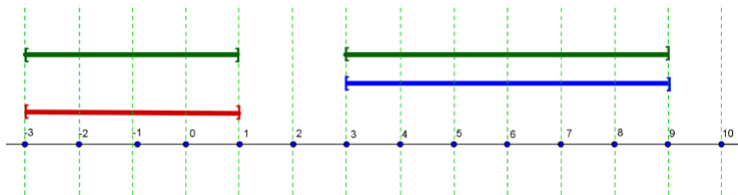
# Exemples



$$[-3; 1] \cup [3; 9] = [-3; 1] \cup [3; 9]$$

On ne peut pas simplifier!

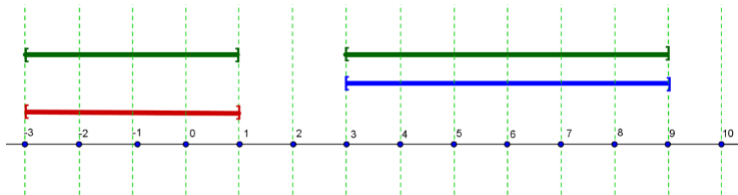
# Exemples



$$[-3; 1] \cup [3; 9] = [-3; 1] \cup [3; 9]$$

On ne peut pas simplifier!

# Exemples

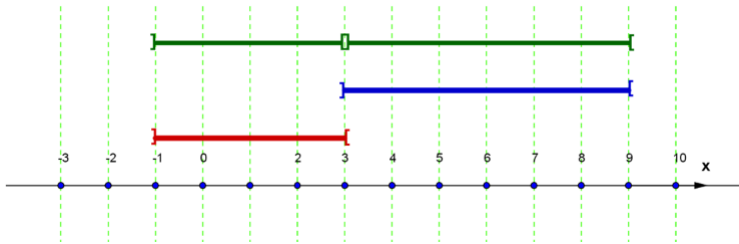


$$[-3; 1] \cup [3; 9] = [-3; 1] \cup [3; 9]$$

On ne peut pas simplifier!



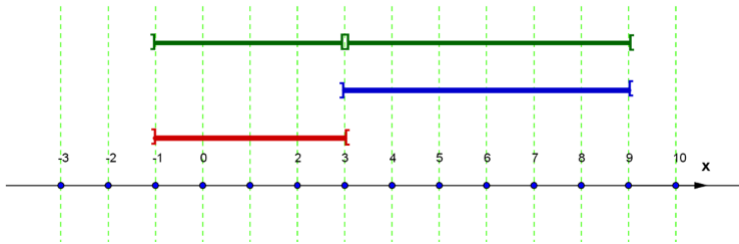
## Exemples



$$]-1; 3[ \cup ]-1; 3[ \cup ]3; 9[ = ]-1; 3[ \cup ]3; 9[ \neq ]-1; 9[$$

On ne peut pas simplifier!

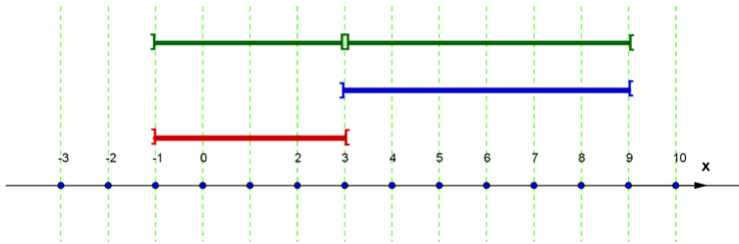
## Exemples



$$]-1; 3[ \cup ]3; 9[ = ]-1; 3[ \cup ]3; 9[ \neq ]-1; 9[$$

On ne peut pas simplifier!

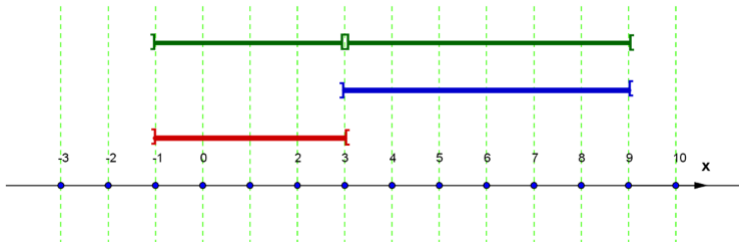
## Exemples



$$]-1; 3[ \cup ]3; 9[ \neq ]-1; 9[$$

On ne peut pas simplifier!

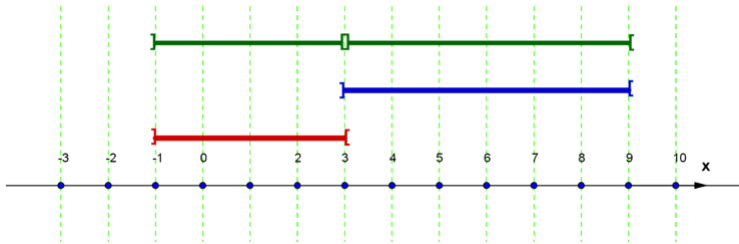
## Exemples



$$]-1; 3[ \cup ]3; 9] = ]-1; 3[ \cup ]3; 9[ \neq ]-1; 9[$$

On ne peut pas simplifier!

## Exemples



$$]-1; 3[ \cup ]3; 9[ = ]-1; 3[ \cup ]3; 9[ \neq ]-1; 9[$$

On ne peut pas simplifier!

## Remarque



La réunion de deux intervalles **n'est pas toujours** un intervalle.  
Il faut donc être **vigilant**.

## Remarque



La réunion de deux intervalles **n'est pas toujours** un intervalle.  
Il faut donc être **vigilant**.

## Remarque



La réunion de deux intervalles **n'est pas toujours** un intervalle.  
Il faut donc être **vigilant**.