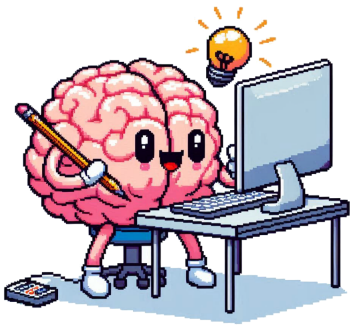
Informatique PT. 2024 - 2025

Mathématiques & Informatique - F. Gaunard
http://frederic.gaunard.com
Lycée Voltaire, Paris 11e.



Devoir surveillé n°1

Vendredi 15 Novembre
Durée : 2 heures

La qualité de la présentation (notamment de la lisibilité), la précision de la syntaxe `Python` et la justification de opérations sont des éléments importants pour l'évaluation de la copie.
On attend que, lors d'écriture de programmes ou de fonctions, les lignes soient numérotées et commentées, en précédant le commentaire d'un `#` autant que nécessaire.

Partie I : Introduction

Les étudiants d'une classe de CPGE ont pris l'habitude de se rendre en salle d'études pour travailler. Chaque étudiant ne peut aller dans cette salle qu'une seule fois par jour, mais peut y rester autant de temps qu'il le désire. La période de travail d'un étudiant est donc caractérisée par deux quantités : son instant d'arrivée et son instant de départ.

Dans ce sujet un instant de la journée est représenté par un unique entier égal au nombre de secondes s'étant écoulées depuis minuit. Par exemple, si un étudiant arrive en salle d'études à l'instant 45296 , cela signifie qu'il est arrivé à 12 h 34 m 56 s. En effet :

$$45296 = 12 \times 3600 + 34 \times 60 + 56.$$

Les instants d'arrivées et de départs des différents étudiants sont stockés dans un dictionnaire dont les clés sont des chaînes de caractères (les noms des étudiants) et dont les valeurs sont des couples d'entiers `(deb, fin)` où `deb` est l'instant d'arrivée de l'étudiant et `fin` est son instant de départ. Un tel dictionnaire sera appelé un *planigramme*.

Par exemple le dictionnaire `plani_0` est un *planigramme* :

```
plani_0 = {
'Yasmine' : (47704,51650), 'Sophie' : (50400,54000), 'Emile' : (48104,49545),
'Garance': (48104,52050), 'Esteban' : (48104,49500), 'Thomas' : (49200,50400)
}
```

Après division euclidienne par 3600 puis 60, on obtient les horaires suivants pour ce dictionnaire :

- ✗ Yasmine : arrivée à 13h15m04s et départ à 14h20m50s
- ✗ Sophie : arrivée à 14h00m00s et départ à 15h00m00s
- ✗ Emile : arrivée à 13h21m44s et départ à 14h27m30s
- ✗ Garance : arrivée à 13h21m44s et départ à 14h27m30s
- ✗ Esteban : arrivée à 13h21m44s et départ à 13h45m00s
- ✗ Thomas : arrivée à 13h40m00s et départ à 14h00m00s.

1. a. Donnez une des lignes affichée par le programme suivant :

```
for c in plani_0.keys() :
  deb,fin=plani_0[c]
  print (c," est arrivé(e) à l'instant " ,deb, " et parti(e) à l'instant ",fin)
```

b. Qu'affiche le programme suivant?

```
print('Esteban' in plani_0.keys())
print(48104 in plani_0.values())
print((48104, 49500) in plani_0.values())
```

c. Qu'affiche le programme suivant?

```
print([c for c in plani_0 if plani_0[c][0]== plani_0['Emile'][0]])
```

Les horaires présents dans le planigramme étant renseignés manuellement, on souhaite vérifier la cohérence des heures d'arrivée et de départ. Pour que le planigramme soit cohérent, il faut que :

- ✗ les instants d'arrivée et de départ soient positifs ou nuls;
- ✗ l'instant d'arrivée de chaque étudiant soit inférieur ou égal à son instant de départ;
- ✗ chaque étudiant soit parti de la salle d'études au plus tard à 23h59m59s.

2. **a**. Écrire une fonction `est_coherent(plani)` qui indique si le planigramme donné en entrée est cohérent (en renvoyant `True` or `False`).

b. Quelle est la complexité de votre fonction `est_coherent`? On exprimera le résultat en fonction de la taille n du dictionnaire, et on justifiera sa réponse.

La manière dont sont représentés les instants dans un planigramme n'est pas très lisible pour un humain. On souhaite donc construire un dictionnaire dans lequel chaque instant `inst` est donné par un triplet d'entiers `(h,m,s)` où `h` est le nombre d'heures, `m` le nombre de minutes et `s` le nombre de secondes qui se sont écoulées depuis minuit. Par exemple, à partir du planigramme `plani_0`, on obtient le dictionnaire :

```
{'Yasmine' : ((13,15,4),(14,20,5)), 'Sophie' : ((14,00,00),(15,00,00)),
'Emile' : ((13,21,44),(13,45,45)), 'Garance': ((13,21,44),(14,27,30)),
'Esteban' : ((13,21,44),(13,45,00)), 'Thomas' : ((13,40,00),(14,00,00))}
```

3. Écrire une fonction `convertir(plani)` qui renvoie un dictionnaire dans lequel les instants sont donnés sous le format heures-minutes-secondes, comme dans l'exemple ci-dessus. Votre fonction ne doit pas modifier le dictionnaire `plani` donné en entrée.
On rappelle que `n//p` renvoie le quotient dans la division euclidienne de `n` par `p`, et `n%p` renvoie le reste dans cette même division.

Partie II : Étudiant.e ayant le plus travaillé

On souhaite déterminer le ou les étudiant.e.s ayant passé le plus de temps dans la salle d'études. Par exemple, pour le planigramme `plani_0`, les étudiant.e.s ayant étudié le plus longtemps sont Yasmine et Garance puisqu'elles sont restées 3946 secondes en salle d'études, contre 3600 secondes pour Sophie, 1441 secondes pour Émile, 1396 secondes pour Esteban et 1200 secondes pour Thomas.

4. Écrire une fonction `plus_long(plani)` qui prend en entrée un planigramme et renvoie la liste du (de la) ou des étudiant.e.s qui ont passé le plus de temps en salle d'études.
Par exemple, à partir du dictionnaire `plani_0`, votre fonction doit renvoyer `["Yasmine", "Garance"]` (l'ordre des éléments de la liste n'a pas d'importance). Si le dictionnaire est vide, votre fonction renverra la liste vide.

Les étudiants se sont rendus compte que le temps passé en salle d'études n'est pas le seul critère pour déterminer si le travail a été fructueux : l'entraide entre étudiants est un facteur prédominant dans la réussite en classe prépa. Deux étudiant.e.s ont pu s'entraider s'ils ont passé au moins une seconde ensemble dans la salle d'études. On appelle *score d'entraide* d'un.e étudiant.e le nombre d'autres étudiant.e.s avec lesquels il ou elle a pu s'entraider. Par exemple, avec le planigramme `plani_0`, le score d'entraide de Sophie est 2 car elle était dans la salle d'études en même temps que Yasmine et Garance.

5. Écrire une fonction `score_entraide(plani)` qui renvoie un dictionnaire `d_SE` ayant les mêmes clés que la planigramme `plani`, et tel que pour toute clé `c`, l'entier `d_SE[c]` est le score d'entraide de l'étudiant.e `c`.
Le planigramme donné en entrée ne doit pas être modifié par votre fonction.
Par exemple pour le planigramme `plani_0`, le dictionnaire `d_SE` vaut:

```
{"Yasmine": 5, "Sophie": 2, "Emile": 4, "Garance": 5, "Esteban": 4, "Thomas": 4}
```

Partie III : Fierté d'un.e étudiant.e

Un.e étudiant.e aime souvent bien montrer aux autres qu'il ou elle travaille plus qu'eux. Il ou elle est particulièrement fier.e lorsqu'il ou elle arrive en salle d'études avant un.e autre étudiant.e et qu'il ou elle en repart plus tard. On appelle *score de fierté* d'un.e étudiant.e E_1 le nombre d'étudiant.e.s $E_2 \neq E_1$ tels que :

- ✗ E_1 est arrivé avant ou en même temps que E_2,
- ✗ et E_1 est parti après ou en même temps que E_2.

Par exemple, le niveau de fierté de Yasmine est de 3 grâce à Émile, Esteban et Thomas qui sont tous les trois arrivés après elle et partis avant elle. Notre but est de déterminer l'étudiant ayant la plus grande fierté. Pour cela, il sera utile d'avoir une fonction capable de trier une liste d'entiers.

Étant donnée une liste `L`, on souhaite créer une liste triée `T` ayant les mêmes éléments que `L`. La liste `T` ne contiendra pas non plus d'élément en double.
Ainsi, si `L` contient deux fois le même élément, il n'apparaitra qu'une seule fois dans `T`. Pour cela, on va utiliser le *tri par insertion* dont voici le principe :

- ✗ Initialement, la liste `T` est vide.
- ✗ Pour chaque élément `e` de `L` :
  - ◆ On définit une variable `i` de la manière suivante :
    - ✷ si `T` est vide, on pose `i=0`;
    - ✷ si `e` apparaît dans `T`, on pose `i=None`;
    - ✷ sinon, si tous les éléments de `T` sont strictement inférieurs à `e`, on pose `i=len(T)`;
    - ✷ sinon, `i` est le plus petit indice tel que `T[i]>e`.
  - ◆ Si `i` vaut `None` alors on ne fait rien.
  - ◆ Sinon, on insère `e` à l'indice `i` dans `T`.

6. a. Écrire une fonction `insertion(T, e, i)` qui insère l'élément `e` dans `T` à l'indice `i`.
Votre fonction renverra la liste ainsi obtenue et ne devra pas modifier la liste initiale T. Si la condition $0 \leqslant i \leqslant \text{len}(T)$ n'est pas respectée, votre fonction déclenchera une erreur.

b. Quelle est la complexité de la fonction insertion? Justifier.

7. Écrire une fonction `indice_insertion` qui prend en entrée une liste triée d'entiers `T`, ainsi qu'un entier `e`, et renvoie l'entier `i` comme défini dans la description du tri par insertion. On utilisera une recherche dichotomique, puisque `T` est triée.

8. a. À l'aide des questions précédentes, écrire une fonction `tri_insertion(L)` qui renvoie la liste triée `T` obtenue en appliquant un tri par insertion sur `L`.
b. Quelle est la complexité de la fonction `tri_insertion`? Justifier. Comment pourrait-on améliorer cette fonction ? On ne demande pas de donner un code plus performant.

On souhaite maintenant déterminer le score de fierté maximal parmi les étudiant.e.s. Étant donné un.e étudiant.e E, on note $d(E)$ l'instant auquel E est arrivé.e en salle d'études et $f(E)$ l'instant auquel E est parti.e de cette salle. Les valeurs du planigramme sont donc tous les couples $(d(E), f(E))$. Pour tout étudiant.e E_1, on note :

- ✗ $m_1(E_1)$ le nombre d'étudiant.es $E_2 \neq E_1$ tels que $d(E_2) < d(E_1)$;
- ✗ $m_2(E_1)$ le nombre d'étudiant.es $E_2 \neq E_1$ tels que $f(E_2) > f(E_1)$.

Dans un premier temps, on va calculer les quantités $m_1(E)$ et $m_2(E)$ pour chaque étudiant.e E. Pour cela, on commence par créer un dictionnaire `dict_deb` dont les clés sont tous les instants d'arrivées des étudiant.e.s. Pour toute clé `inst`, la valeur `dict_deb[inst]` est une liste contenant tou.te.s les étudiant.e.s qui sont arrivé.e.s à l'instant `inst`. Par exemple à partir du planigramme `plani_0`, on obtient:

```
dict_deb0 = {47704: ['Yasmine'], 50400: ['Sophie'],
48104: ['Emile', 'Garance', 'Esteban'], 49200: ['Thomas'] }
```

9. Écrire une fonction `make_dict_deb(plani)` qui prend en entrée un planigramme et renvoie le dictionnaire `dict_deb`.

On note maintenant `T_deb` la liste triée contenant toutes les clés de `dict_deb`. Par exemple, pour le dictionnaire `dict_deb0`, on a : `T_deb0=[47704,48104,49200,50400]`.

10. **a**. Écrire une fonction

`make_dict_m1_aux(dict_deb, T_deb)`

qui prend en entrée le dictionnaire `dict_deb` ainsi que la liste triée `T_deb` et qui renvoie un dictionnaire `dict_m1` tel que :

- ✗ les clés de `dict_m1` sont les noms des étudiant.e.s;
- ✗ à chaque étudiant.e E, la valeur associée à E dans `dict_m1` est $m_1(E)$.

b. En déduire une fonction `make_dict_m1 (plani)` qui prend en entrée un planigramme et renvoie le dictionnaire `dict_m1` décrit dans la question précédente.

En suivant le même principe que dans la Question **10.** on peut obtenir une fonction

`make_dict_m2(plani)`

qui prend en entrée un planigramme et renvoie un dictionnaire `dict_m2` tel que :

- ✗ les clés de `dict_m2` sont les noms des étudiant.e.s;
- ✗ à chaque étudiant.e E, la valeur associée à E dans `dict_m2` est $m_2(E)$.

Dans la suite, on suppose que la fonction `make_dict_m2` a été écrite. Vous pouvez donc l'utiliser sans la réécrire.

Pour tout étudiant E_1, on note :

- ✗ $n_0(E_1)$ le nombre d'étudiant.e.s $E_2 \neq E_1$ tels que $d(E_2) < d(E_1)$ et $f(E_2) > f(E_1)$;
- ✗ $n_1(E_1)$ le nombre d'étudiant.e.s $E_2 \neq E_1$ tels que $d(E_2) < d(E_1)$ et $f(E_2) \leqslant f(E_1)$;
- ✗ $n_2(E_1)$ le nombre d'étudiant.e.s $E_2 \neq E_1$ tels que $d(E_2) \geqslant d(E_1)$ et $f(E_2) > f(E_1)$;
- ✗ $n_3(E_1)$ le nombre d'étudiants $E_2 \neq E_1$ tels que $d(E_2) \geqslant d(E_1)$ et $f(E_2) \leqslant f(E_1)$, donc $n_3(E_1)$ est le score de fierté de E_1;
- ✗ $n(E_1) = n_0(E_1) + n_1(E_1) + n_2(E_1) + n_3(E_1)$.

11. **a**. Soit E un.e étudiant.e. Exprimer $m_1(E)$ et $m_2(E)$ en fonction des $n_i(E)$.
b. Expliquer comment calculer $n(E)$ à partir du planigramme. Votre méthode devra s'exécuter en temps constant.
c. Pour chaque étudiant E, on calcule $\Delta(E) = n(E) - m_1(E) - m_2(E)$. Soit M le maximum des $\Delta(E)$. Montrer que M est le score de fierté maximal parmi les étudiant.e.s.

12. À l'aide du résultat de la Question **11.c.** et des fonctions précédentes, écrire une fonction

`score_fierte_max (plani)`

qui renvoie le score de fierté maximal parmi les étudiant.e.s.