



2

Semaine de colles n°2 : du 15/09 au 19/09

Programme

- ✗ **Chapitre 0** (Révisions). Intégralité. On pourra notamment poser un exercice sur les polynômes (recherche de racines et multiplicités, factorisation, utilisation des relations coefficients/racines...).
- ✗ **Chapitre 1** (Fonctions). Limites, continuité, dérivabilité.
- ✗ **Informatique** en Python. Manipulation de listes et fonctions récursives.

Questions de cours

Chaque étudiant.e devra traiter une de ces questions - choisie au hasard. Il est donc nécessaire de les avoir toutes préparées au préalable sous peine de passer un très mauvais moment.

1. Exprimer $\sin(5\theta)$ en fonction de $\sin(\theta)$.
2. Factoriser, dans $\mathbb{C}[X]$, $X^4 + 4X^2 + 16$.
3. Suites récurrentes et fonctions contractantes : énoncé **et démonstration** du **Théorème 11** (**Chapitre 0**, page 15). On en profitera pour rappeler l'énoncé de l'inégalité des accroissements finis (**Théorème 1.23**).
4. Soit f une fonction dérivable sur \mathbb{R} admettant $n \geq 2$ racines distinctes. Montrer que f' admet au moins $n - 1$ racines distinctes.

5. Étude de la régularité de la fonction $f : x \mapsto \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right), & \text{si } x \neq 0 \\ 0, & \text{si } x = 0 \end{cases}$

6. Python. Proposer deux fonctions différentes (dont une des deux récursive) qui permettent de calculer le terme de rang n de la suite (u_n) définie par

$$u_0 = 1, \quad u_1 = 0, \quad u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n,$$

où a et b sont des réels rentrés en argument.