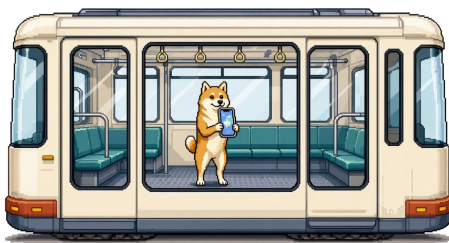




2

Travaux Pratiques : Méthodes numériques



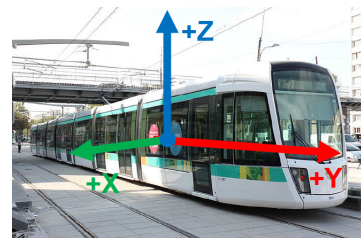
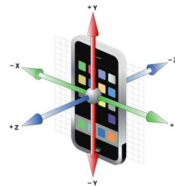
L'objectif de ce **TP** (proposé par **Nicolas Boucher**) est de développer un programme permettant de traiter des mesures issues d'un accéléromètre de téléphone portable afin d'en extraire des données utiles : position, vitesse, valeurs moyennes etc...

Les mesures ont été réalisées sur un tramway de la ligne T3a à Paris

1 Présentation et problématiques

Le téléphone portable est tenu par un passager de la façon suivante :

- ✗ Le vecteur $+Y$ orienté dans le sens du mouvement ;
- ✗ Le vecteur $+Z$ s'oppose à la pesanteur ;
- ✗ Le vecteur $+X$ est par conséquent orienté « latéral droit ».



L'essai a été réalisé en ligne droite, aussi on s'intéressera à l'accélération longitudinale (selon Y). Au départ, le tramway est à l'arrêt.

On cherche à déterminer les caractéristiques suivantes :

- ✗ Vérifier si le tramway se déplace bien en ligne droite ;
- ✗ Lissage des courbes;
- ✗ Courbes de vitesse et de position ;
- ✗ Distance parcourue lors de l'essai ;
- ✗ Vérifier si la vitesse autorisée n'est pas dépassée (60 km/h en section courante suivant la réglementation du **BIRMTG** (Bureau Interrégional des Remontées Mécaniques et des Transports Guidés)).

2 Étude de l'accélération

Ouvrir le fichier `tramway.txt`, il s'agit du fichier de mesures. Observer comment sont organisés les données. Lancer l'IDE Python et ouvrir le fichier `tramway.py`. Ce fichier sera à compléter tout au long du **TP** afin de répondre aux questions.

Du fichier de mesures (`tramway.txt`), on extrait à l'aide du programme dans deux listes le temps et d'accélération longitudinale (selon Y).

1. L'unité de l'accélération fournie par l'accéléromètre du téléphone portable est le g ($1g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$). Modifier le programme afin d'obtenir l'accélération en m.s^{-2} .
2. Afficher la courbe de l'accélération longitudinale.
3. Afficher l'accélération latérale (selon X). En déduire si le tramway est vraiment en ligne droite. Remarque: la précision de mesure du capteur est de $0,05 \text{ m/s}^2$.
4. À l'aide de la fonction `max` définie, afficher l'accélération longitudinale et latérale maximum.

3 Courbe de vitesse et de position

5. Écrire une fonction `integr1(f,t)` utilisant la méthode des rectangles, ayant pour argument d'entrée deux listes `f` et `t`, et retournant une liste de valeurs prises par F en chacun des instants de la liste `t` telle que:

$$\begin{cases} F(t) &= \int_{t_0}^t f(u) du \\ F(t_0) &= 0 \end{cases}$$

Utiliser cette fonction afin d'obtenir la vitesse du tramway en km/h sous forme d'une liste qu'on nommera `vitesse_rec`. Afficher la courbe de la vitesse.

6. À l'aide de la fonction `max`, déterminer la valeur maximum de la vitesse. Le conducteur respecte-t-il la réglementation du **BIRMTG** ?
7. Écrire une fonction `integr2(f,t)` utilisant la méthode des trapèzes, ayant pour argument d'entrée deux listes `f` et `t`, et retournant une liste de valeurs prises par F en chacun des instants de la liste `t` telle que:

$$\begin{cases} F(t) &= \int_{t_0}^t f(u) du \\ F(t_0) &= 0 \end{cases}$$

Utiliser cette fonction afin d'obtenir la liste de vitesse avec la méthode des trapèzes (`vitesse_trap`).

8. Utiliser une des fonctions précédentes afin d'obtenir la position du tramway (en m) sous forme d'une liste. Afficher la courbe de la position en fonction du temps. Quelle est la distance parcourue ?

4 Application d'un filtre

Le signal de l'accélération étant bruité, on souhaite le filtrer à l'aide de deux méthodes: par la méthode de la moyenne glissante et par utilisation d'un filtre passe-bas.

4.1 Moyenne glissante

C'est une moyenne qui au lieu d'être calculée sur l'ensemble des n valeurs d'un échantillonnage, est calculée tour à tour sur chaque sous-ensemble de N valeurs consécutives (avec $N \leq n$) ; le sous-ensemble utilisé pour calculer chaque moyenne « glisse » sur l'ensemble des données. On appelle N , l'ordre de la moyenne glissante.

Par exemple, le tableau suivant montre les moyennes glissantes simples sur 3 valeurs, pour une série de 9 mesures.

Mesures	2	3	5	8	8	7	8	5	2
Moy. glissantes	$\times$	$\times$	$\frac{2+3+5}{3} = 3.33$	$\frac{3+5+8}{3} = 5.33$	$\frac{5+8+8}{3} = 7$	$\frac{8+8+7}{3} = 7.66$	$\frac{8+7+8}{3} = 7.66$	$\frac{7+8+5}{3} = 6.66$	$\frac{8+5+2}{3} = 5$

Le principe est donc de créer à partir d'une liste $(x_0, \dots, x_j, \dots, x_{n-1})$ de n valeurs, une liste de p valeurs de moyennes mobiles $(\bar{x}_{N-1}, \dots, \bar{x}_i, \dots, \bar{x}_{n-1})$, avec $p = n - N + 1$, tels que:

$$\bar{x}_i = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_{i-k}, \quad N-1 \leq i \leq n-1$$

ou

$$\begin{cases} \bar{x}_{N-1} &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_k \\ \bar{x}_i &= \bar{x}_{i-1} + \frac{x_i - x_{i-N}}{N} \quad \text{pour } N \leq i \leq n-1 \end{cases}$$

9. Écrire une fonction `filtre_mg(L,N)` qui prend en argument d'entrée une liste `L` ainsi que l'ordre de la moyenne glissante `N` et qui retourne la liste `L` filtrée.
10. Utiliser cette fonction afin de tracer la courbe de l'accélération filtrée, on pourra tester différentes valeurs de `N` afin d'avoir un filtrage acceptable. On remarquera que la liste filtrée n'a pas la même dimension que la liste initiale, attention à prendre des listes de même taille pour le tracé.

4.2 Filtre passe bas

On utilise un filtre passe bas numérique dont l'équation différentielle du premier ordre est la suivante:

$$s(t) + T \cdot \frac{ds(t)}{dt} = e(t),$$

où $e(t)$ est la grandeur d'entrée que l'on souhaite filtrer et $s(t)$ la grandeur de sortie filtrée. On prendra pour constante de temps $T = 0,1s$ qui paraît suffisant vu la fréquence du bruit.

La condition initiale est:

$$s(t_0) = e(t_0).$$

Ce problème étant numérique, nous allons considérer les deux suites de valeurs $e_0, \dots, e_{n-1}$ et $s_0, \dots, s_{n-1}$, respectivement les valeurs prises par $e(t)$ et $s(t)$ aux instants $t_0, \dots, t_{n-1}$.

11. En utilisant le schéma d'Euler explicite, donner la relation de récurrence définissant s_i en fonction de $e_{i-1}, s_{i-1}, t_i, t_{i-1}$ et T pour $i \in \llbracket 1, n-1 \rrbracket$.
12. Définir une fonction `Euler(t, e)` ayant pour argument d'entrée deux listes de valeurs `t` et `e` de même dimension et renvoyant la liste des valeurs approchées de s associées aux valeurs de la liste `e`.
13. Utiliser la fonction précédente afin de tracer la courbe d'accélération filtrée.