



2

Semaine de colles n°2 : du 14/09 au 18/09

Programme

- ✕ **Chapitre 0** (Révisions). Intégralité.
On pourra s'intéresser aux études de suites $u_{n+1} = f(u_n)$.
- ✕ Reprise du **DS n°1**. On pourra piocher des questions, voire un exercice en intégralité.
- ✕ **Chapitre 1**. Limites, continuité, dérivabilité.
À partir de mardi : Rolle, TAF, Formules de Taylor et développements limités.
- ✕ **Informatique** en Python. Manipulation de listes ou chaînes de caractères.

Questions de cours

Chaque étudiant.e devra traiter une de ces questions - choisie au hasard. Il est donc nécessaire de les avoir toutes préparées au préalable sous peine de passer un très mauvais moment.

1. Étudier la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ définie par son premier terme $u_0 > 0$ et la relation : $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n + \frac{1}{u_n}$.
2. Étudier la continuité sur $\mathbb{R}$ de la fonction $f : x \mapsto [x] + \sqrt{x - [x]}$.
3. Pour $n \in \mathbb{N}$, on considère le polynôme $P_n = \sum_{k=0}^n \frac{X^k}{k!}$. Montrer que si n est pair, alors P_n n'a aucune racine réelle et que si n est impair, alors P_n a une unique racine réelle.
4. À partir de mardi. Soit $P \in \mathbb{R}[X]$ un polynôme scindé à racines simples réelles. Montrer que XP possède n racines simples.
5. Python. Proposer deux fonctions différentes (dont une des deux récursive) qui prennent en argument un entier n et renvoient le terme u_n de la suite définie par
$$u_0 = 1, \quad u_1 = 0, \quad \forall k \in \mathbb{N}, u_{k+2} = au_{k+1} + bu_k,$$
où a et b sont des réels rentrés en argument.