Math PT. 2026 - 2027

Mathématiques - F. Gaunard
http://frederic.gaunard.com
Lycée Voltaire, Paris 11e.

2 Semaine de colles n°2 : du 14/09 au 18/09

Programme

- ✗ **Chapitre 0** (Révisions). Intégralité.
  On pourra s'intéresser aux études de suites $u_{n+1} = f(u_n)$.
- ✗ Reprise du **DS n°1**. On pourra piocher des questions, voire un exercice en intégralité.
- ✗ **Chapitre 1**. Limites, continuité, dérivabilité.
  À partir de mardi : Rolle, TAF, Formules de Taylor et développements limités.
- ✗ **Informatique** en `Python`. Manipulation de listes ou chaînes de caractères.

Questions de cours

Chaque étudiant.e devra traiter une de ces questions - choisie au hasard. Il est donc nécessaire de les avoir toutes préparées au préalable sous peine de passer un très mauvais moment.

1. Étudier la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ définie par son premier terme $u_0 > 0$ et la relation : $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = u_n + \dfrac{1}{u_n}$.

2. Étudier la continuité sur $\mathbb{R}$ de la fonction $f : x \mapsto \lfloor x \rfloor + \sqrt{x - \lfloor x \rfloor}$.

3. Pour $n \in \mathbb{N}$, on considère le polynôme $P_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{X^k}{k!}$. Montrer que si n est pair, alors P_n n'a aucune racine réelle et que si n est impair, alors P_n a une unique racine réelle.

4. *À partir de mardi.* Soit $P \in \mathbb{R}[X]$ un polynôme scindé à racines simples réelles. On pose $Q = XP$. Montrer que Q' est scindé dans $\mathbb{R}[X]$ à racines simples.

5. `Python.` Proposer deux fonctions différentes (dont une des deux récursive) qui prennent en argument un entier n et renvoient le terme u_n de la suite définie par

$$u_0 = 1, \quad u_1 = 0, \qquad \forall k \in \mathbb{N},\ u_{k+2} = au_{k+1} + bu_k,$$

où a et b sont des réels rentrés en argument.