



7

Semaine de colles n°7 : du 02/11 au 06/11

Programme

- ✗ **Chapitre 3.** Intégralité.
- ✗ **Chapitre 4.** Intégralité.
- ✗ **Informatique :** Dictionnaires.

Questions de cours

Chaque étudiant.e devra traiter une de ces questions - choisie au hasard. Il est donc nécessaire de les avoir toutes préparées au préalable sous peine de passer un très mauvais moment.

1. Étudier et tracer la courbe paramétrée par $M : t \mapsto (\sin(2t), \sin(3t))$.
2. Soit $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. Calculer, pour $n \in \mathbb{N}$, A^n . Que peut-on dire de la formule si $n \in \mathbb{Z}$?
3. On note $\mathcal{B} = (1, X, X^2)$ la base canonique de $\mathbb{R}_2[X]$ et $\mathcal{B}' = (X^2, X(X-2), (X-2)^2)$ une autre base de $\mathbb{R}_2[X]$. Déterminer la matrice de passage de $\mathcal{B}$ à $\mathcal{B}'$. Après un pivot de Gauss simultané, exprimer les coordonnées d'un polynôme $Q = a + bX + cX^2$ dans $\mathcal{B}'$.
4. Soient E un espace vectoriel de dimension finie et p une projection de E . Montrer que $\text{tr}(p) = \text{rg}(p)$.
5. Déterminer, selon la valeurs de $a \in \mathbb{R}$ et sans calcul, l'image et le noyau de l'endomorphisme canoniquement associé à la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & \dots & 1 \\ 1 & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & 1 & 1 \\ 1 & \dots & \dots & 1 & a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}).$$

6. **Algorithmique.** Écrire une fonction `nb_lettres(texte)` qui prend en argument une chaîne de caractères `texte` et renvoie un dictionnaire associant à chaque lettre le nombre d'occurrences de celle-ci dans le texte.