Math PT. 2026 - 2027

Mathématiques - F. Gaunard
http://frederic.gaunard.com
Lycée Voltaire, Paris 11e.

8

Semaine de colles n°8 : du 16/11 au 20/11

Programme

- ✗ **Chapitre 5**. Intégralité.
- ✗ **Chapitre 6**. Intégralité.

Questions de cours

Chaque étudiant.e devra traiter une de ces questions - choisie au hasard. Il est donc nécessaire de les avoir toutes préparées au préalable sous peine de passer un très mauvais moment.

1. On considère la série $\sum_{k\geq 2} \frac{1}{k\ln(k)}$.
   Déterminer la nature de la série ainsi qu'un équivalent, lorsque $n \to +\infty$ de la somme partielle de rang n.
2. Soit $\sum w_n$ une série absolument convergente. Montrer rigoureusement que $\sum w_n^2$ et $\sum \frac{w_n}{n}$ sont des séries convergentes.
3. Énoncé du critère de d'Alembert (**Théorème 5.16**).
   Application : Soit $a, b \in \mathbb{R}$. Déterminer, en fonction de a et b la nature de la série $\sum \frac{b^n (n!)^a}{(2n)!}$.
4. Énoncé du critère spécial des séries alternées (**Théorème 5.9**).
   Montrer que la série $\sum \frac{(-1)^n}{n^\alpha}$ converge si et seulement si $\alpha > 0$.
5. Calculer (en précisant bien toutes les étapes) le déterminant suivant : $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & \cos a & \cos 2a \\ 1 & \cos b & \cos 2b \\ 1 & \cos c & \cos 2c \end{vmatrix}$.